วารสารบัณฑิตศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ ปีที่ 2 ฉบับที่ ..... เดือน.....

การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาพัฒนาการ

นางสาวอนุสรา โพธิ์หิรัญ*
รองศาสตราจารย์ ดร.นพพร แหยมแสง**
รองศาสตราจารย์ ดร.วรนุช แหยมแสง**

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาพัฒนาการ ซึ่งแบ่งข้อบกพร่องออกเป็น 3 ด้าน ได้แก่ ข้อบกพร่องทางด้านนิยาม ข้อบกพร่องทางด้านการคำนวณ และข้อบกพร่องทางด้านการตีความทางด้านสัญลักษณ์ กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาพัฒนาการ จำนวน 50 คน จากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ทั้งหมดจำนวน 166 คน ใช้วิธีการเลือกแบบเฉพาะเจาะจง (Purposive sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 19 ข้อ และเป็นแบบทดสอบแบบคู่ขนาน 19 ข้อ รวมทั้งหมด 38 ข้อ

ผลการวิจัยพบว่า ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาพัฒนาการ นักเรียนมีข้อบกพร่องทางด้านการใช้บทนิยาม มีความถี่ร้อยละ 5 – 91 เนื่องจากนักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจในบทนิยามเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จึงไม่สามารถแยกได้ว่าความสัมพันธ์ใดเป็นฟังก์ชัน ตลอดจนบทนิยามพื้นฐานที่ใช้ในการประกอบการคิด เพื่อนำไปต่อยอดในการหาคำตอบได้ ข้อบกพร่องรองลงมาคือ ข้อบกพร่องทางด้านการตีความทางด้านสัญลักษณ์ มีความถี่ร้อยละ 13 - 88 โดยนักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจในการตีความจากโจทย์ จึงไม่สามารถแสดงผลออกมาในรูปสัญลักษณ์ หรือรูปแบบเซตเงื่อนไขได้ถูกต้อง และข้อบกพร่องด้านสุดท้ายคือ ข้อบกพร่องทางด้านการคำนวณ มีความถี่ร้อยละ 7 - 63 พบว่านักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจในขั้นตอนการหาโดเมนและเรจน์ของความสัมพันธ์และฟังก์ชัน รวมถึงพื้นฐานการคำนวณและขั้นตอนการคำนวณทางคณิตศาสตร์เบื้องต้น

คำสำคัญ : (1) การวินิจฉัย (2) ข้อบกพร่อง (3) แบบทดสอบวินิจฉัย

---

* นักศึกษาปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง

** รองศาสตราจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง

บทนำ

ในปัจจุบันประเทศไทยกำลังเข้าสู่ยุคไทยแลนด์ 4.0 คือการพัฒนาประเทศให้มีความทันสมัย มีรายได้มากขึ้น และก้าวพ้นจากกับดักประเทศที่มีรายได้ปานกลาง จึงต้องมีการพัฒนาทางด้านเทคโนโลยี การผลิตนวัตกรรมใหม่ๆ เพื่อเป็นรากฐานในการพัฒนาประเทศ รวมถึงการติดต่อค้าขายกับต่างประเทศ ด้วยเหตุนี้การศึกษาในยุคไทยแลนด์ 4.0 จึงเป็นการเตรียมมนุษย์ให้เป็นมนุษย์ กล่าวคือ นอกจากให้ความรู้แล้ว ต้องทำให้เป็นคนที่รักที่จะเรียนรู้ มีคุณธรรม และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้ด้วย นั่นคือการสร้างคนให้มีทักษะในศตวรรษที่ 21 โดยเน้นทักษะการคิดวิเคราะห์เป็นหลัก ดังนั้นการศึกษาจึงต้องเร่งดำเนินการปฏิรูปการเรียนรู้ให้กับเด็กไทยอย่างเป็นรูปธรรมในหลายด้าน ได้แก่ การพัฒนาทักษะภาษาอังกฤษ การพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ การปรับหลักสูตรการเรียนการสอน การพัฒนาปรับปรุงตำราเรียนให้มีมาตรฐาน 5 ดาว การบริหารจัดการคุณภาพโรงเรียนขนาดเล็ก และการส่งเสริมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ (นพ.ธีระเกียรติ เจริญเศรษฐศิลป์) ซึ่งการส่งเสริมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ เป็นส่วนหนึ่งของสะเต็มศึกษา คือ แนวทางการจัดการศึกษาที่บูรณาการความรู้ใน 4 สหวิทยาการ ได้แก่ วิทยาศาสตร์ วิศวกรรม เทคโนโลยี และคณิตศาสตร์ โดยเน้นการนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง รวมทั้งการพัฒนากระบวนการหรือผลผลิตใหม่ที่เป็นประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต (สะเต็มศึกษา ประเทศไทย) ดังนั้นจะเห็นได้ว่าวิชาคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ทำให้มนุษย์มีความคิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบมีแบบแผนสามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างรอบคอบช่วยในการคาดการณ์ วางแผนตัดสินใจและการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้อย่างเหมาะสมรวมถึงยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551: หน้า 1) ซึ่งมีความสอดคล้องกับงานวิจัยของยุพิน พิพิธกุล (2548 : หน้า 8) ได้กล่าวไว้ว่า คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์หนึ่งที่มีบทบาทและความสำคัญมาก เพราะมีประโยชน์ต่อการประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันและเป็นเครื่องมือที่จะทำให้บุคคลรู้จักคิด วิเคราะห์ปัญหาต่างๆอย่างมีเหตุผลมีความรอบคอบ มีระเบียบแบบแผน รวมถึงเป็นรากฐานของวิชาอื่นๆ ซึ่งล้วนแต่อาศัยคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น แต่เนื่องจากธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม ซึ่งต้องใช้สัญลักษณ์ในการสื่อความหมาย จึงเป็นเรื่องยากที่จะทำให้นักเรียนเข้าใจ และจดจำรายละเอียดของคณิตศาสตร์ได้ทั้งหมด ด้วยเหตุนี้วิชาคณิตศาสตร์ถือได้ชื่อว่าเป็นวิชาที่ยาก จึงส่งผลให้การเรียนการสอนไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร ดังนั้นในกระบวนการเรียนการสอนครูจะต้องมุ่งเน้นที่จะสอนให้นักเรียนรู้จักคิด รู้จักวิเคราะห์ และรู้จักการแก้ปัญหาตลอดจนเกิดมโนทัศน์ที่ถูกต้องจะได้เป็นตัวบ่งชี้ได้ว่านักเรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนเป็นอย่างดี และสามารถนำไปแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพดังนั้นครูผู้สอนจึงต้องหาข้อบกพร่องของนักเรียนหรือสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความไม่เข้าใจ เพื่อนำมาพัฒนากระบวนการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

แบบทดสอบข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์จึงมีความสำคัญต่อการวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพื่อหาจุดที่เป็นอุปสรรคในการเรียนของผู้เรียน เพื่อที่จะได้เป็นข้อมูลย้อนกลับไปยังครูผู้สอนและผู้เรียน ทำให้ทราบถึงส่วนที่เป็นจุดเด่นและข้อบกพร่อง ซึ่งจะเป็นการช่วยในการปรับปรุงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น (พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2531: หน้า 3) ซึ่งสอดคล้องกับ Thorndike and Hagen (1969: p.646) ที่กล่าวว่าแบบทดสอบวินิจฉัยเป็นแบบทดสอบที่รวบรวมปัญหาและสาเหตุที่ทำให้เกิดความบกพร่องทางการเรียนวิชาต่างๆเพื่อเป็นแนวทางในการหาวิธีการสอนเสริมที่ถูกต้อง เป็นการช่วยในการปรับปรุงความรู้ของนักเรียนให้เพิ่มมากขึ้น ดังนั้นการวิเคราะห์ข้อบกพร่องจึงเป็นสิ่งสำคัญที่จะพัฒนาการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น และการวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์จะทำให้สามารถรวบรวมข้อมูลความคิดของนักเรียนที่เป็นปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์และกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งข้อมูลเหล่านี้มีความหมายมากในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้องโดยมีการแนะแนวทางในการช่วยให้นักเรียนหลีกเลี่ยงปัญหาและสามารถอธิบายได้ว่า เพราะสาเหตุใดนักเรียนจึงไม่มีการพัฒนาด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

จากเหตุผลดังกล่าวข้างต้น จะเห็นได้ว่าวิชาคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ซึ่งถ้าผู้เรียนมีข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์หรือมีกระบวนการคิดที่ไม่ถูกต้อง จะส่งผลให้ผู้เรียนมีปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์ตั้งแต่เนื้อหาในระดับพื้นฐานไปถึงเนื้อหาที่สูงขึ้น ดังนั้นเพื่อเป็นการพัฒนาผู้เรียนให้มีศักยภาพทางด้านวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะทำวิจัยเพื่อวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาพัฒนาการ เนื่องจากเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายรวมถึงเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น หากนักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันที่ไม่ถูกต้องอาจส่งผลต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในหัวข้อเรื่องอื่นๆ เช่น ฟังก์ชันลอการิทึม ฟังก์ชันตรีโกณมิติ และแคลคูลัส ผลจากการวิจัยในครั้งนี้จะทำให้ ทราบถึงสาเหตุที่ทำให้นักเรียนมีข้อบกพร่อง รวมถึงการนำผลที่ได้ไปปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและสามารถนำไปปรับใช้ในงานวิจัยอื่นๆ ต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาพัฒนาการ

ขอบเขตของการวิจัย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาพัฒนาการ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 166 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาวิจัยในครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาพัฒนาการ โดยใช้วิธีการเลือกแบบเฉพาะเจาะจง (Purposive sampling) จำนวน 50 คนเพื่อทำแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

เนื้อหาที่ใช้ในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย

เนื้อหาที่ใช้ศึกษาการครั้งนี้คือ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหนังสือรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษา

เวลาที่ใช้ในการดำเนินการศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 ในช่วงเดือน มกราคม ถึงเดือนเมษายน พ.ศ. 2562

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้ทราบถึงข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาพัฒนาการ

2. ได้ข้อมูลสำหรับครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาพัฒนาการ เพื่อใช้เป็นแนวทางในการแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียน

3. ได้แบบทดสอบวินิจฉัยจข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ซึ่งจะทำให้ครูผู้สอนทราบถึงข้อบกพร่องในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ รวมถึงการปรับปรุงการเรียนการสอนและซ่อมเสริมได้ตรงจุด

4. เป็นแนวทางสำหรับผู้ที่สนใจในการศึกษาและทำวิจัย ศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในเนื้อหาด้านอื่นๆ ต่อไป

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชันเป็นแบบทดสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 19 ข้อ และเป็นแบบทดสอบคู่ขนาน 19 ข้อ รวมทั้งหมด 38 ข้อ

วิธีดำเนินการวิจัย

1. กำหนดวัตถุประสงค์ของการวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

2. ศึกษาทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย พร้อมทั้งศึกษาหลักสูตรและแบบเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อหาขอบเขตเนื้อหาในการสร้างแบบทดสอบ

3. วิเคราะห์เนื้อหาสาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามสาระการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

4. สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยเพื่อค้นหาข้อบกพร่องและสาเหตุของความบกพร่องในการเรียนของนักเรียนว่าบกพร่องเนื่องจากสาเหตุใด โดยอ้างอิงเนื้อหาและจุดประสงค์จากวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหนังสือรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เพื่อกำหนดขอบเขตของเนื้อหารวมถึงสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันจำนวน 20 ข้อและเป็นแบบทดสอบคู่ขนาน 20 ข้อ รวมทั้งหมด 40 ข้อ โดยแบ่งข้อบกพร่องเป็น 3 ด้านได้แก่ ข้อบกพร่องทางด้านนิยาม ข้อบกพร่องทางด้านการคำนวณ และข้อบกพร่องทางด้านการตีความทางด้านสัญลักษณ์

5. นำแบบทดสอบวินิจฉัยที่สร้างขึ้นมาตรวจสอบหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Item Objective Congruence: IOC) โดยให้ผู้เชี่ยวชาญทางด้านคณิตศาสตร์ 3 ท่าน พิจารณาค่าดัชนีความสอดคล้องของเนื้อหากับจุดประสงค์การเรียนรู้ว่าสอดคล้องกันหรือไม่ พร้อมให้ข้อเสนอแนะ ซึ่งแบบทดสอบวินิจฉัยดังกล่าวมีค่าดัชนีความสอดคล้อง เท่ากับ 0.93 อยู่ในระหว่าง 0.8 – 1.0 แสดงว่าแบบทดสอบมีความสอดคล้องสามารถนำไปใช้ได้

6. นำแบบทดสอบที่สอดคล้องจากการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง ไปทดสอบกับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง (Try out) แล้วนำข้อมูลมาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจฉัยและคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัยว่าสอดคล้องกันหรือไม่ โดยใช้ Chi-square ซึ่งพบว่าค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจฉัยเท่ากับ 0.875 และผลการหาคุณภาพของ Chi-square พบว่ามีผลการตอบของนักเรียนที่ไม่สอดคล้องกันทั้งหมด 1 ข้อ จากทั้งหมด 20 ข้อ ผู้วิจัยจึงตัดข้อที่ไม่สอดคล้องกันออก แบบทดสอบวินิจฉัยจึงเหลือ 19 ข้อ คู่ขนานอีก 19 ข้อ รวมทั้งหมด 38 ข้อ

7. นำแบบทดสอบวินิจฉัยที่ความสอดคล้องกัน จำนวน 38 ข้อ ไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่าง

8. นำข้อมูลผลการตอบแบบทดสอบที่ได้จากกลุ่มตัวอย่าง มาวิเคราะห์หาค่าความถี่และร้อยละของแต่ละข้อ เพื่อวินิจฉัยว่าข้อใดที่นักเรียนมีข้อบกพร่อง และบกพร่องเนื่องจากสาเหตุใด

9. สรุปผลการวิจัยและอภิปรายผล

ผลการวิจัย

ตาราง 1 สรุปผลการวิเคราะห์ข้อบกพร่องของผลการตอบแบบทดสอบวินิจฉัยในด้านต่าง ๆ

ประเภทของข้อบกพร่อง	จำนวนข้อ	ร้อยความถี่ของข้อบกพร่อง
ข้อบกพร่องทางด้านการใช้บทนิยาม	6	ร้อยละ 5 - 91
ข้อบกพร่องทางด้านการตีความทางด้านสัญลักษณ์	7	ร้อยละ 13 - 88
ข้อบกพร่องทางด้านการคำนวณ	6	ร้อยละ 7 - 63

อภิปรายผล

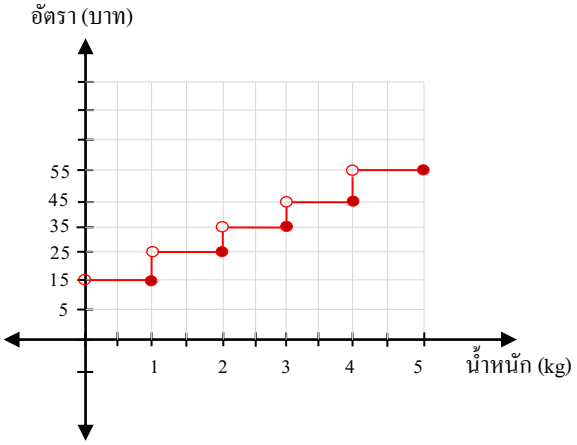
จากการวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาพัฒนาการพบว่ามีข้อบกพร่อง ดังนี้ ข้อบกพร่องทางด้านการใช้บทนิยาม ข้อบกพร่องทางด้านการตีความทางด้านสัญลักษณ์ และข้อบกพร่องทางด้านการคำนวณ ตามลำดับ

1. ข้อบกพร่องบทนิยามของเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันดังตัวอย่างในแบบทดสอบข้อ 9 คำถามคือ ความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นฟังก์ชัน นักเรียนร้อยละ 91 เลือกตอบ ข้อ ก. คือ $r = \{(x, y) \mid x = y^2\}$ ซึ่งเมื่อหาคำตอบโดยการแทนค่า $x = 4$ ในความสัมพันธ์ $x = y^2$ จะได้ค่า y เท่ากับ 2 หรือ -2 ก็ได้เนื่องจากค่าทั้งสองเมื่อยกกำลังสองก็เท่ากับ 4 ซึ่งขัดแย้งกับบทนิยามของฟังก์ชัน ที่กล่าวว่าความสัมพันธ์ r ใดๆ โดยที่ ถ้า $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ แล้ว $y = z$ นั้นจะเห็นว่าจากความสัมพันธ์เมื่อ $x = 4$ ถ้าอยู่ในรูปบทนิยามจะได้ $(4, 2) \in r$ และ $(4,-2) \in r$ แต่ $2 \neq -2$ ดังนั้นความสัมพันธ์ดังกล่าวจึงไม่เป็นฟังก์ชัน จากตัวอย่างดังกล่าวข้อบกพร่องที่พบคือนักเรียนส่วนใหญ่ จะเลือกตอบคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มบวกโดยลืมคิดไปว่าจำนวนเต็มลบที่เมื่อยกกำลังสองแล้วก็ได้จำนวนเต็มบวกเช่นกัน จึงส่งผลต่อความเข้าใจในบทนิยามของฟังก์ชัน จากตัวอย่างจะเห็นได้ว่าถ้านักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจในบทนิยามก็จะไม่สามารถวิเคราะห์หาคำตอบที่ถูกต้องได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ นภัสสร คงจันทร์ (2558) กล่าวว่านักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับฟังก์ชัน ในเรื่องความสัมพันธ์ในรูปแบบเซตบอกเงื่อนไข นักเรียนไม่สามารถตอบได้ว่าเป็นหรือไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะนักเรียนเรียนรู้จากการจำซึ่งเป็นผลต่อเนื่องมาจากการไม่เข้าใจ หลักการทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ ของความสัมพันธ์และฟังก์ชันทั้งนี้รวมไปถึงนักเรียนขาดความรอบคอบ ซึ่งจะส่งผลต่อการเรียนในระดับที่สูงขึ้น

2. ข้อบกพร่องทางด้านการตีความทางด้านสัญลักษณ์ ในเรื่องที่นักเรียนบกพร่องมากที่สุด คือ การตีความจากโจทย์ในเรื่องของฟังก์ชัน ที่กำหนดให้มาเป็นสัญลักษณ์ในรูปแบบกราฟ ดังตัวอย่างในแบบทดสอบข้อ 19 คำถาม คือ กราฟในข้อใดต่อไปนี้เป็นกราฟของค่าพัสดุ เมื่อกำหนดน้ำหนักของพัสดุไปรษณีย์ไม่เกิน 5,000 กรัมดังนี้

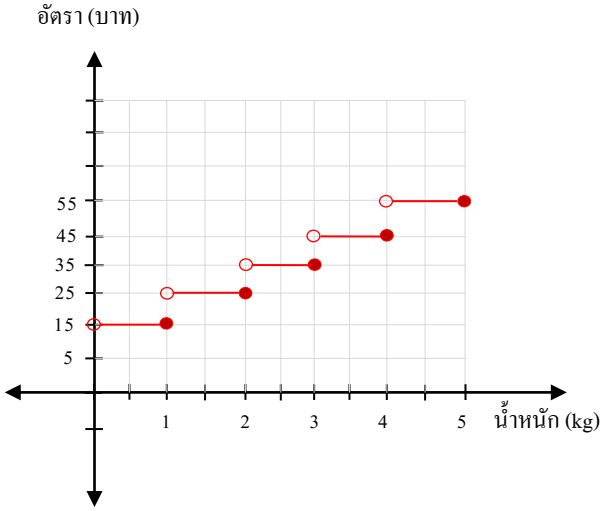
พิกัดระยะทาง	**อัตรา (บาท)**
ไม่เกิน 1,000 กรัม	15.00
เกิน 1,000 กรัม คิด 1,000 กรัมละ (เศษของ 1,000 กรัม ให้นับเป็น 1,000 กรัม)	10.00

จากข้อมูลคำถามข้างต้น จะพบว่านักเรียนร้อยละ 88 เลือกตอบข้อ ง. ดังรูป 1



รูป 1 กราฟของฟังก์ชันขั้นบันได (คำตอบข้อ ง)

เนื่องจากกราฟดังกล่าวเป็นกราฟของฟังก์ชันขั้นบันได จึงทำให้นักเรียนเกิดความสับสนในการตีความจากโจทย์มาเป็นสัญลักษณ์ (กราฟ) โดยเขียนเส้นเชื่อมระหว่างจุดเพื่อให้เป็นรูปขั้นบันได จึงทำให้ตีความหมายจากกราฟดังกล่าวได้ว่า ที่พัสดุหนัก 1,000 กรัม มีอัตราค่าบริการหลายราคาตั้งแต่ราคา 10 - 24.99 บาท ซึ่งไม่สอดคล้องกับบทนิยามของฟังก์ชัน กล่าวคือความสัมพันธ์ในสองคู่อันดับใด ๆ ของความสัมพันธ์นั้น ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเท่ากันแล้วสมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน ดังนั้นคำตอบที่ถูกต้อง คือ ข้อ ข. ดังรูป 2



รูป 2 กราฟของฟังก์ชันขั้นบันได (คำตอบข้อ ข)

จากข้อบกพร่องทางด้านการตีความทางด้านสัญลักษณ์จะเห็นว่า นักเรียนส่วนมากไม่สามรถตีความหมายของฟังก์ชันให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ของกราฟ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Sukru Cansiz และคณะ (2011) กล่าวว่า นักเรียนส่วนมากมีข้อบกพร่องในเรื่องกราฟโดยไม่เข้าใจว่ากราฟ เป็นกราฟฟังก์ชันหรือไม่ และเกี่ยวกับการแสดงตารางของฟังก์ชัน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการทดสอบข้อมูลฟังก์ชัน ดังนั้นผู้สอนควรให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเกี่ยวกับการตีความจากโจทย์ เพื่อเขียนสัญลักษณ์แทนโจทย์ ไม่ว่าสัญลักษณ์จะอยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ กราฟ หรือเซตเงื่อนไข พร้อมทั้งถามแนวความคิดของนักเรียนในข้อที่นักเรียนตอบผิด เพื่อสอนแนวคิดที่ถูกให้กับนักเรียน

3. ข้อบกพร่องทางด้านการคำนวณ ในเรื่องที่นักเรียนบกพร่องมากที่สุดคือการหาโดเมนและเรจน์ของฟังก์ชัน ดังตัวอย่างในแบบทดสอบข้อ 11 คำถาม คือ กำหนดให้ $f = \{(x,y) \mid y = \frac{x+2}{x+1}\}$ ข้อใดต่อไปนี้แสดงวิธีการหาเรนจ์ (R_f) ได้ถูกต้อง นักเรียนร้อยละ 63 เลือกตอบ ข้อ ข. ที่แสดงวิธีการหาเรนจ์ (R_f) ดังนี้

$$y = \frac{x+2}{x+1}$$
$$y(x+1) = x+2$$
$$yx + y = x + 2$$
$$yx - x = 2 - y$$
$$x(y-1) = 2 - y$$
$$x = \frac{2-y}{y-1}$$
$$2 - y = 0 \,,\; y - 1 = 0$$
$$y = 2 \,, \quad y = 1$$
$$\therefore R_f = \{1, 2\}$$

จากการแสดงวิธีการหาเรนจ์ (R_f) ข้างต้น จะพบว่าเมื่อถึงขั้น $x = \frac{2-y}{y-1}$ สามารถหาคำตอบของเรนจ์ (R_f) ได้โดยดูจากตัวส่วน $y - 1$ คือ ค่า y ต้องไม่เท่ากับ 1 เนื่องจาก ถ้าค่า $y = 1$ จะทำให้ส่วนเป็น 0 ซึ่งในทางหลักคณิตศาสตร์ ถ้าส่วนเป็นศูนย์จะไม่นิยาม ดังนั้นจาก $x = \frac{2-y}{y-1}$ สามารถหาคำตอบของเรนจ์ (R_f) คือ จำนวนจริงทุกจำนวนแต่ไม่ใช่ 1 เขียนในรูปสัญลักษณ์ คือ $R - \{1\}$ จึงเป็นคำตอบที่ถูกต้อง แต่ในตัวอย่างนักเรียนนำมาหาคำตอบของสมการ จึงทำให้มีคำตอบคือ $\{1, 2\}$ เมื่อแทนค่า $y = 1$ จะทำให้ส่วนเป็น 0 ซึ่งไม่นิยาม จากตัวอย่างดังกล่าวพบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องในขั้นตอนการคำนวณ แสดงให้เห็นว่านักเรียนขาดทักษะพื้นฐานเบื้องต้นในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ วรนุช มาตระกูล (2550) ที่สรุปว่า ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจในด้านการคิดคำนวณ จะเป็นอุปสรรคกับการเรียนวิชาคณิตศาสตร์กับนักเรียนอย่างมาก เพราะความเข้าใจในเลขคณิตเป็นปัจจัยพื้นฐานในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทุกระดับชั้น

ข้อเสนอแนะ

1. ครูผู้สอนโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาพัฒนาการ ทราบถึงข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ว่ามีข้อบกพร่องทางด้านทฤษฎีบทด้านการคำนวณ และด้านการตีความทางด้านสัญลักษณ์ สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น เพื่อแก้ไขความเข้าใจของนักเรียนได้ตรงจุด

2. ครูผู้สอน สามารถนำแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ไปใช้วินิจฉัยกับนักเรียนกลุ่มอื่นๆ ได้ เพื่อจะได้ทราบถึงข้อบกพร่องของนักเรียนว่าบกพร่องทางด้านใด

3. ควรสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ความคลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอื่น ๆ เพื่อใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น และเป็นการหาจุดบกพร่องในการเรียนการสอนของเนื้อหาเรื่องนั้นๆ อีกด้วย

4. ควรใช้กลุ่มตัวอย่างมากกว่านี้ เพื่อเพิ่มความน่าเชื่อถือในงานวิจัย

เอกสารอ้างอิง

กระทรวงศึกษาธิการ.(2551). **ตัวชี้วัดและสารการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**. กรุงเทพฯ.โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์

ธีระเกียรติ เจริญเศรษฐศิลป์. (2559). **การศึกษาในยุคไทยแลนด์ 4.0**. ค้นเมื่อ 12 ม.ค. 62, จาก http://www.chiangmainews.co.th/page/archives/540274

นภัสสร คงจันทร์.(2558).**การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนเศรษฐบุตรบำเพ็ญ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2.** กรุงเทพฯ. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง

พร้อมพรรณ อุดมสิน.(2531). **การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.** กรุงเทพฯ. โครงการตำราและเอกสารวิชาการ ครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วรนุช มาตระกูล. (2550). **การวินิจฉัยทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจุนวิทยาคม จังหวัดพะเยา**. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต. มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

สะเต็มศึกษา ประเทศไทย. (2557). **รู้จักสะเต็ม**. ค้นเมื่อ 12 ม.ค. 62, จาก http://www.stemedthailand.org/?page_id=23

Robert L Thorndike, Elizabeth Hagen. (1969). **Measurement and evaluation in psychology and education**. New York : Wiley

Sukru Cansiz, Betul Kucuk and Tevfik Isleyen.(2011). “Identifying the secondary school student’ misconceptions about function,” **Procedia Social and Behavioral Sciences**.(15), 3837-3842.