

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละ
โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

A Study of learning achievement Mathematics learning on Solving Word Problems by Adding
and Subtracting Fractions and Mixed Numbers using the polya's problem solving process for
Prathomsuksa four students

ธีรวุฒิ ตาจันทร์อินทร์^{1*} จิตราภรณ์ บุญถนอม² และ นพพร แหยมแสง²
¹สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง ประเทศไทย
²คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง ประเทศไทย
*ผู้รับผิดชอบบทความ

Tirawut Tajan-in^{1*} Chitraporn Boonthanom² and Nopporn Yamsang²
E-mail : tirawuttajanin@gmail.com¹

Mathemetics Education, Faculty of Education, Ramkhamhaeng University, Thailand

²Faculty of Education, Ramkhamhaeng University, Thailand

*Corresponding author

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงกึ่งทดลอง (Quasi-Experimental Research) รูปแบบ One Group Pre-test and Post-test Design มีวัตถุประสงค์ คือ (1) เพื่อทดสอบกิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ให้มีประสิทธิภาพเป็นไปตามเกณฑ์มาตรฐาน 80/80 (2) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน (3) เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา อยู่ในระดับมากขึ้นไป กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนวัดท่าเกวียน (ศึกษาประชาสรรค์) สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาฉะเชิงเทรา เขต 2 ต.คลองข่อย อ.ปากเกร็ด จ.นนทบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 41 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster sampling) การวิเคราะห์ข้อมูลหาประสิทธิภาพของการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพเท่ากับ 80/80 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน โดยใช้สถิติ Paired-Samples t - test และหาความพึงพอใจของนักเรียนโดยใช้สถิติค่าเฉลี่ย ผลการวิจัยพบว่า (1) ประสิทธิภาพของรูปแบบการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพเท่ากับ 82.77/85.04 ซึ่งมีค่าสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 ที่กำหนดไว้ (2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละ

ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (3) ความพึงพอใจของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อรูปแบบการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละโดยภาพรวมอยู่ในระดับดีมาก ซึ่งมีคะแนนเฉลี่ย 4.60 คะแนน

คำสำคัญ: การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา; ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน; ความพึงพอใจ

Abstract

In this experimental research inquiry employing the one group pretest – posttest design approach, the researcher studies (1) develop a collaborative learning management of mathematics using the polya's problem solving process on Solving Word Problems by Adding and Subtracting Fractions and Mixed Numbers for Prathomsuksa four students according to the set efficiency standard 80/80 is satisfied (2) compare the mathematics learning achievement before and after using the polya's problem solving process on Solving Word Problems by Adding and Subtracting Fractions and Mixed Numbers for Prathomsuksa four students and (3) study students' satisfaction the polya's problem solving process on Solving Word Problems by Adding and Subtracting Fractions and Mixed Numbers

The sample was 41 students of Prathomsuksa four students in the second semester of academic year 2020 at Wattakwian school, Nonthaburi Primary Educational Service Area office 2. They were selected by Cluster sampling. Statistics were used in data analysis comprised mean, standard deviation and Paired-Samples t - test. The result of this research indicated as following : (1) The efficiency of lesson plans for collaborative learning management of mathematics using the polya's problem solving process on Solving Word Problems by Adding and Subtracting Fractions and Mixed Numbers was 82.77/85.04 (2) The Mathematics learning achievement after the polya's problem solving process were significantly higher at the .05 level (3) The students' satisfaction toward the polya's problem solving process was at the very satisfied level ($\bar{X} = 4.60$)

Keyword: the polya's problem solving process; Mathematics achievement; Student Satisfaction

บทนำ

ในยุคโลกาภิวัตน์ จากสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วเกี่ยวกับความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยีและความนิยมจากต่างประเทศ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง ซึ่งเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติเพราะคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 1)

การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ผู้เรียนควรจะได้เรียนรู้ ฝึกฝนและพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตนเองเพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่ เพื่อให้ผู้เรียนมีแนวทางในการคิดที่หลากหลาย รู้จักประยุกต์และปรับเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาให้เหมาะสม รู้จักตรวจสอบและสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหา มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ รวมถึงมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่ประชิดอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน นอกจากนี้การแก้ปัญหายังเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้ การส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหามีประสิทธิภาพ ควรใช้สถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กระตุ้นดึงดูดความสนใจ ส่งเสริมให้มีการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาและยุทธวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 50) แต่เนื่องจากครูผู้สอนยังมีวิธีการสอนที่ไม่หลากหลาย ขาดเทคนิคการสอนที่จะพัฒนานักเรียนได้อย่างเหมาะสม จึงส่งผลให้นักเรียนไม่มีกระบวนการคิดที่เหมาะสม ยังให้ความสำคัญกับการท่องจำเป็นส่วนใหญ่ ซึ่งทำให้นักเรียนขาดทักษะทางคณิตศาสตร์ด้านการคิดวิเคราะห์ จึงเป็นเหตุให้นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ เพราะขาดการคิดอย่างมีระบบ ไม่สามารถเรียงลำดับขั้นตอนได้ และไม่สามารถหาความสัมพันธ์ของคำตอบได้ (สุภานันท์ ปันงาม, 2562, หน้า 2)

กระบวนการแก้ปัญหามาตามแนวคิดของโพลยา เป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่มี 4 ขั้นตอนได้แก่ 1.) การทำความเข้าใจปัญหา คือ การทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาว่าโจทย์กำหนดอะไรให้ โจทย์ต้องการทราบอะไร 2.) การวางแผนแก้ปัญหา คือ ขั้นที่ค้นหาการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่กำหนดให้กับสิ่งที่ต้องการทราบว่าจะหาคำตอบได้อย่างไร 3.) การดำเนินการตามแผน คือ การปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ 4.) การตรวจสอบ คือ การตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ โดยใช้วิธีการตรวจคำตอบหรือดูที่ความสัมพันธ์ของคำตอบ (พิชญภา สีนามะ, 2557, หน้า 23)

จากประเด็นข้างต้นทำให้ผู้วิจัยสนใจในการใช้กระบวนการแก้ปัญหามาตามแนวคิดของโพลยา เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้วยการคิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและการแก้ปัญหาเรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ได้ดีมากยิ่งขึ้น

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อทดสอบกิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ให้มีประสิทธิภาพเป็นไปตามเกณฑ์มาตรฐาน 80/80
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน
3. เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาอยู่ในระดับมากขึ้นไป

สมมติฐานของการวิจัย

1. ประสิทธิภาพกิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาให้เป็นไปตามเกณฑ์มาตรฐาน 80/80
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 หลังการใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา สูงกว่าก่อนการใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05
3. ความพึงพอใจของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาอยู่ในระดับมากขึ้นไป

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มโรงเรียนเจ้าพระยาตะวันตก สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาหนองบัวรี เขต 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 201 คน ซึ่งโรงเรียนจัดนักเรียนแบบคละความสามารถทั้งหมด

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนวัดท่าเกวียน(ศึกษาประชาสรรค์) สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาหนองบัวรี เขต 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 41 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster sampling)

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ (independent variable) คือ การออกแบบการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา

ตัวแปรตาม (dependent variable) คือ

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4
2. ความพึงพอใจของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ที่มีประสิทธิภาพเป็นไปตามเกณฑ์มาตรฐาน 80/80
2. นักเรียนมีพัฒนาการผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน
3. นักเรียนมีความพึงพอใจที่เรียนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา

ทบทวนวรรณกรรม

ความหมายของการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา

Polya (1957, pp. 16-17) รูปแบบการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา มีลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา ดังนี้ 1.) ทำความเข้าใจปัญหา 2.) วางแผนการปัญหา 3.) ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ และ 4.) ตรวจสอบผลคำตอบ ซึ่งสามารถทำให้นักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน

Polya (1957, p. 87 อ้างถึงใน วราภรณ์ สำอางค์, 2560, หน้า 54) กระบวนการสอนแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ซึ่งกระบวนการสอนโดยใช้แนวคิดของโพลยาเป็นวิธีการสอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบระเบียบ มีขั้นตอนชัดเจน คือ ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนต้องทำความเข้าใจโจทย์ ในขั้นนี้เป็นการช่วยให้นักเรียนรู้จักวิเคราะห์โจทย์ที่พบว่าโจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง และสิ่งที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร มีเงื่อนไขอะไรบ้างในการที่จะช่วยหาสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา นักเรียนต้องรู้จักการวางแผนการแก้ปัญหา โดยจะคิดหาวิธีการวางแผนการแก้ปัญหาว่าจะใช้วิธีการหรือหลักการใดมาคิดแก้ปัญหานั้น ๆ ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน นักเรียนจะต้องดำเนินการคำนวณตามแผนที่วางไว้นั้น ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

ศรินยา คุณประทุม (2554, หน้า 55) กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาทั้งหมด 4 ขั้นตอน คือ 1.การทำความเข้าใจปัญหา 2.การวางแผนแก้ปัญหา 3.การดำเนินการตามแผน 4.การตรวจสอบผล

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและวิจัยที่เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่มีกระบวนการแก้ปัญหาที่มี 4 ขั้นตอนคือ 1. การทำความเข้าใจปัญหา 2. การวางแผนแก้ปัญหา 3. การดำเนินการตามแผน 4. การตรวจสอบผล

วิธีการดำเนินการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 8 แผน ดังนี้

- แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง การบวก การลบ เศษส่วน
- แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกเศษส่วน
- แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาการลบเศษส่วน
- แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การบวก การลบ จำนวนคละ
- แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกจำนวนคละ
- แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง โจทย์ปัญหาการลบจำนวนคละ
- แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละ
- แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละ

2. แบบทดสอบ เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งเป็นแบบทดสอบที่มุ่งวัดทั้งผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการคิดคำนวณและคิดวิเคราะห์ แบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน รวมคะแนนทั้งสิ้น 15 คะแนน

3. แบบสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนที่เรียนเรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 1 ฉบับ 12 ข้อคำถามโดยใช้มาตราส่วนประมาณค่าแบบลิเคิร์ต (Likert Scale)

ขั้นตอนในการรวบรวมข้อมูล

ในการดำเนินการครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำแผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 41 คน ระยะเวลา 8 คาบ มาใช้ในการจัดการเรียนการสอนและได้ใช้แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบประเมินความพึงพอใจ เพื่อนำไปตรวจสอบสมมติฐาน โดยมีขั้นตอนดังนี้

1. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนจัดการเรียนการสอน เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา
2. ดำเนินการจัดการเรียนการสอน เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา จำนวน 8 คาบ
3. ให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนเรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา แล้วเปรียบเทียบคะแนนก่อนเรียนและหลังเรียน
4. นำแบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาไปวิเคราะห์ผลและสรุปการประเมิน

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. วิเคราะห์หาประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา วิชาคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ตามเกณฑ์ 80/80

2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ก่อนเรียนและหลังเรียนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละโดยการหา ค่าเฉลี่ย ($\bar{X}$) , ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และ t-test

3. วิเคราะห์ความพึงพอใจของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยหาค่าเฉลี่ย ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

ผลการวิจัย

จากการศึกษาวิจัย เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ปรากฏดังต่อไปนี้

1. ประสิทธิภาพของรูปแบบการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพเท่ากับ 82.77/85.04 ซึ่งมีค่าสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 ที่กำหนดไว้

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. ความพึงพอใจของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อการเรียนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละ โดยภาพรวมอยู่ในระดับดีมาก ซึ่งมีคะแนนเฉลี่ย 4.60 คะแนน

อภิปรายผลการวิจัย

จากการศึกษาวิจัยเรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 สามารถอภิปรายผล ได้ดังนี้

1. จากการหาประสิทธิภาพของรูปแบบการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพเท่ากับ 82.77/85.04 ซึ่งมีค่าสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 ที่กำหนดไว้ พบว่ามียังมีข้อบกพร่องหลาย ๆ ด้าน ที่ทำให้ผลการวิเคราะห์ประสิทธิภาพของรูปแบบการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เป็นไปตามเกณฑ์ เพราะว่าแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนั้นได้มีการศึกษาวิเคราะห์เนื้อหาของหลักสูตร มาตรฐานการเรียนรู้ ความสอดคล้องของผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง การวัดและประเมินผล แล้วจึงได้จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับผลวิเคราะห์ข้อมูลและปฏิบัติตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดทำไว้ โดยในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ได้มีขั้นตอนทวนความรู้เดิมหรือประสบการณ์เดิมก่อนที่จะเรียนรู้ในความรู้ใหม่และได้สอดแทรกความรู้เดิมหรือประสบการณ์เดิมไปเชื่อมโยงความรู้ใหม่ จึงส่งผลให้นักเรียนสามารถทำใบงานในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้

มีคะแนนโดยเฉลี่ยเป็นไปตามที่เกณฑ์กำหนด และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยเฉลี่ยเป็นไปตามที่เกณฑ์กำหนด ซึ่งสอดคล้องตามแนวคิดของ ชณัฏฐ์ธินิ หนองวงศ์ (2558, หน้า 24) กล่าวว่า แผนการจัดการเรียนรู้เป็นเครื่องมือสำหรับครูผู้สอนในการจัดการเรียนการสอนให้เรียนตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ มีการเตรียมการสอนอย่างเป็นระบบเพื่อให้นักเรียนบรรลุตามจุดประสงค์ของการเรียนการสอน และสอดคล้องกับงานวิจัยของ เวชฤทธิ์ อังกะภักทขจร (2555, หน้า 109) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นกระบวนการในการหาคำตอบของปัญหาในทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับ สถานการณ์ใหม่ที่กำหนดให้ในปัญหา อีกทั้งยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ กนกวรรณ ประกอบศรี (2561) ที่ได้ศึกษา เรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หาร โดยใช้แบบฝึกทักษะและเทคนิคการแก้ปัญหาของโพลยา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่า แบบฝึกทักษะ เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หาร โดยใช้แบบฝึกทักษะและเทคนิคการแก้ปัญหาของโพลยา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพ เท่ากับ 83.76/84.44 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้

2. จากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนและหลังเรียนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ซึ่ง เป็นไปตามสมมติฐาน ทั้งนี้เพราะการจัดการเรียนรู้ครั้งนี้ได้จัดตามแนวคิดรูปแบบการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาที่สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ เนื่องจากการแก้ โจทย์ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา มีขั้นตอนที่ทำให้นักเรียนได้แก้โจทย์ปัญหาอย่างเป็นระบบที่ชัดเจน ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนต้องทำความเข้าใจ โจทย์ปัญหา ขั้นนี้เป็นการช่วยให้นักเรียนรู้จักวิเคราะห์โจทย์ที่พบ ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง และสิ่งที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรและมีเงื่อนไขอะไรบ้างในการที่จะช่วยหาสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา นักเรียนต้องรู้จักการวางแผนการแก้ปัญหาโดยจะคิดหาวิธีการวางแผนการแก้ปัญหาว่าจะใช้วิธีการหรือหลักการใดมาคิดแก้ปัญหานั้น ๆ ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน นักเรียนจะต้องดำเนินการคำนวณตามแผนที่วางไว้นั้น ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ให้นักเรียนได้ตรวจสอบผลลัพธ์ ซึ่งจะเป็นวิธีการตรวจคำตอบหรือใช้การประมาณค่า โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ กาลทิศา สุณราช (2561) ได้วิจัยเรื่อง การจัดการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ โพลยา เรื่องการแยกตัวประกอบของพหุนามของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนภายหลังจากใช้แบบฝึกทักษะการแก้ปัญหามาตามแนวคิดของโพลยา เรื่อง การแยกตัวประกอบพหุนาม สูงกว่าก่อนเรียนต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 เช่นเดียวกับงานวิจัยของ ศิริญา คุณประทุม (2554) ที่ศึกษา เรื่อง การพัฒนาชุดฝึกกิจกรรมโดยใช้เทคนิคการแก้ปัญหาของโพลยา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนด้วยชุดฝึกกิจกรรมโดยใช้เทคนิคการแก้ปัญหาของโพลยา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาร้อยละ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

3. ความพึงพอใจของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อการเรียนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ เศษส่วนและจำนวนคละ โดยภาพรวมอยู่ในระดับดีมาก ซึ่งมีคะแนนเฉลี่ย 4.60 คะแนน ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้มี

การทบทวนความรู้เดิมทุกครั้งก่อนที่จะจัดกิจกรรมที่เป็นการสร้างความรู้ใหม่และได้นำความรู้และประสบการณ์เดิมที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วเชื่อมโยงกับกิจกรรมของความรู้ใหม่ ประกอบกับการนำสถานการณ์ที่อยู่ในชีวิตประจำวันมาสร้างเป็นโจทย์ปัญหาในใบงาน ซึ่งเป็นเรื่องที่นักเรียนเห็นและปฏิบัติในชีวิตประจำวันจึงทำให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้อย่างเข้าใจมากขึ้นและสามารถดำเนินการตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยาได้อย่างถูกต้อง ทำให้นักเรียนได้รับประโยชน์ สามารถที่จะเรียนรู้และเข้าใจได้ดีตามจุดมุ่งหมายและสำเร็จตามที่ตั้งไว้ ซึ่งสอดคล้องกับวิจัยของ ประพนธ์ คล้ายศรี (2560) ความพึงพอใจเป็นเรื่องเกี่ยวกับอารมณ์ความรู้สึกและทัศนคติของบุคคลอันเนื่องมาจากสิ่งเร้าและแรงจูงใจซึ่งปรากฏออกมาทางพฤติกรรมและเป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการทำกิจกรรมต่าง ๆ ของบุคคล คือถ้าหากบุคคลมีความพึงพอใจในกิจกรรมหรืองานใด การกระทำกิจกรรมหรืองานนั้นก็จะบรรลุตามวัตถุประสงค์ของงานนั้นได้เป็นอย่างดี จึงถือได้ว่าความพึงพอใจเป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการทำกิจกรรมต่าง ๆ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ ศิริินยา คุณประทุม (2554) ที่ศึกษา เรื่อง การพัฒนาชุดฝึกกิจกรรมโดยใช้เทคนิคการแก้ปัญหาของโพลยา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 พบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนด้วยชุดฝึกกิจกรรมโดยใช้เทคนิคการแก้ปัญหาของโพลยา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาร้อยละ มีความพึงพอใจในภาพรวมอยู่ระดับมาก เช่นเดียวกับงานวิจัยของ กนกวรรณ ประกอบศรี (2561) ที่ได้ศึกษา เรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หาร โดยใช้แบบฝึกทักษะและเทคนิคการแก้ปัญหาของโพลยา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่า ความพึงพอใจของนักเรียนที่เรียนด้วยแบบฝึกทักษะเรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หาร โดยใช้เทคนิคการแก้ปัญหาของโพลยา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 มีความพึงพอใจโดยรวมอยู่ในระดับมาก

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปใช้

จากการวิจัยเรื่อง ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังนี้

1. ในการจัดกิจกรรมกลุ่ม ครูต้องพยายามให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการปฏิบัติกิจกรรมทุกคน เพื่อให้นักเรียนทุกคนได้พัฒนาการคิด ได้ปฏิบัติตามศักยภาพของตนเอง ได้กล้าคิดกล้าทำ รู้จักช่วยเหลือกันและรู้จักการรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น
2. ในการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ถ้ามีนักเรียนที่มีการอ่านที่ไม่คล่อง จะทำให้นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้ ครูผู้สอนจึงต้องอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนได้มีกระบวนการที่จะแก้โจทย์ปัญหา หรือเพิ่มเวลาฝึกสำหรับนักเรียนกลุ่มอ่อน เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง
3. ควรให้เวลาในการเรียนรู้อย่างเพียงพอ เพราะบางกิจกรรมนักเรียนบางกลุ่มใช้เวลาในการปฏิบัติเป็นเวลานาน ครูไม่ควรเร่งเวลา ควรมีการปรับหรือยืดหยุ่นเวลาให้เหมาะสม

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาไปใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นอื่นๆ
2. ควรสนับสนุนวิธีการสอนแบบต่างๆ มากกว่า 2 วิธีขึ้นไป เพื่อหาวิธีการสอนที่เหมาะสมที่สุด ในการพัฒนาการเรียนรู้เรื่อง โจทย์ปัญหา พร้อมทักษะอื่นๆที่ต้องการ

กิตติกรรมประกาศ

การศึกษาอิสระฉบับนี้ สมบูรณ์ได้อย่างเรียบร้อยด้วยความกรุณาช่วยเหลือจากอาจารย์ ดร.จิตรารัตน์ บุญถนอม ประธานกรรมการที่ปรึกษาการศึกษาอิสระ ที่สละเวลาอันมีค่าในการให้คำปรึกษาและให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมอันเป็นประโยชน์ต่อการทำการศึกษาอิสระฉบับนี้ให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.นพพร แหยมแสง กรรมการสอบการศึกษาอิสระ ที่ได้อุทิศเวลาให้กับผู้วิจัยในการให้คำแนะนำตลอดจนให้คำปรึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความเอาใจใส่เป็นอย่างดี ผู้วิจัยทราบซึ่งในความกรุณาและขอกราบขอบพระคุณอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ โรงเรียนวัดท่าเกวียน (ศึกษาประชาสรรค์) และขอขอบคุณนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2563 ทุกคนที่ให้ความร่วมมือในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

กราบขอบคุณบุคคลในครอบครัวที่สนับสนุนเป็นกำลังใจ คุณค่าและประโยชน์ที่พึงมีของการศึกษาอิสระฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดาและครูอาจารย์ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้แก่ผู้วิจัย

เอกสารอ้างอิง

- กนกวรรณ ประกอบศรี. (2561). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หาร โดยใช้แบบฝึกทักษะและเทคนิคการแก้ปัญหาของโพลยา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กาลทิศา สุญราช. (2561). การจัดการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาเรื่องการแยกตัวประกอบของพหุนามของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วารสารวิทยาศาสตร์และวิทยาศาสตร์ศึกษา, 1(2), 206-215.
- ชนัญฐิณี หนองวงศ์. (2558). การสร้างแผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละที่เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิชาชีพเกษตรกรรม สำหรับนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ วิทยาลัยเกษตรและเทคโนโลยีตาก. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- ประทวน คล้ายศรี. (2560). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดการเรียนรู้แบบผสมผสานร่วมกับแนวคิดอภิปราย สำหรับนักศึกษาครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยในภาคตะวันออกเฉียงเหนือ. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรดุษฎีบัณฑิต, มหาวิทยาลัยธุรกิจบัณฑิต.
- พิชญาภา สีนามะ. (2557). การพัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยนเรศวร.

- วรางคณา ลำอากค์. (2560). การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยการจัดการเรียนรู้ ตามแนวคิดของโพลยา[สื่ออิเล็กทรอนิกส์].วารสารมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม, 11(1), 54
- เวชฤทธิ์ อังกณะภัทรขจร. (2555). ครบเครื่องเรื่องความรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: หลักสูตรการสอนและการวิจัย. กรุงเทพฯ: จรัสสินทวงศ์การพิมพ์.อัมพร ม้าคอง. (2553). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ศรินยา คุณประทุม. (2554). การพัฒนาชุดฝึกกิจกรรมโดยใช้เทคนิคการแก้ปัญหของโพลยา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่5. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์.
- สุภานันท์ ปันงาม. (2562). การพัฒนาคู่มือการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ร่วมกับ กระบวนการแก้ปัญหของโพลยา ที่มีผลต่อพฤติกรรมความร่วมมือ ความสามารถในการแก้ปัญหา และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร.
- Polya, G. (1957). How to Solve it. New York: Doubleday & Company.