

การศึกษาข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดสลุด

Diagnosis of Mathematics Deficiencies on Probability of Grade 9 Students, Wat Salud  
School

สุนิษา ปักเขตานัง<sup>1\*</sup> และ วรณูช แหยมแสง<sup>2</sup>

<sup>1</sup>สาขาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง ประเทศไทย

<sup>2</sup>คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง ประเทศไทย

\*ผู้รับผิดชอบบทความ

Sunisa Pakketanang<sup>1\*</sup> and Woranuch Yeamseang<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Mathematics Education, Faculty of Education, Ramkhamhaeng University, Thailand

<sup>2</sup>Faculty of Education, Ramkhamhaeng University, Thailand

\*Corresponding author

### บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ ศึกษาข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสลุด ซึ่งแบ่งข้อบกพร่องออกเป็น 3 ด้าน ได้แก่ 1. ข้อบกพร่องทางด้านบทนิยาม สมบัติ ทฤษฎีบท และสูตร 2. ข้อบกพร่องทางการคิดคำนวณและการดำเนินการ 3. ข้อบกพร่องทางการตีความจากโจทย์ ประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดสลุด สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาสมุทรปราการเขต 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 2 ห้องเรียนที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น จำนวนรวมทั้งสิ้น 24 คนใช้วิธีการเลือกแบบแบ่งกลุ่ม (Cluster sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ และเป็นแบบทดสอบคู่ขนาน 25 ข้อ รวมทั้งหมด 50 ข้อ และการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูปทางสถิติ ในการคำนวณค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ การหาค่าร้อยละ ผลการวิจัยสรุปได้ ดังนี้

ผลการวิจัยพบว่า

ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียน

วัดสลุด มีดังนี้

นักเรียนมีข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 75.00 โดยพบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่อง ในเรื่องความหมายของการทดลองสุ่ม นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจในแนวคิดขั้นพื้นฐาน ไม่เข้าใจนิยาม และความหมายของการทดลองสุ่ม จึงไม่สามารถบอกได้ว่าข้อใดไม่ใช้การทดลองสุ่ม ทำให้คำตอบที่นักเรียนเลือกตอบมานั้นไม่ถูกต้อง รองลงมาคือ ด้านการคิดคำนวณและการดำเนินการ คิดเป็นร้อยละ 62.50 โดยพบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่อง ในเรื่องการหาค่าความน่าจะเป็น ข้อบกพร่องที่พบก็คือ นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจว่ากระบวนการที่จะได้คำตอบมานั้นได้มาอย่างไร นักเรียนดูเพียงข้อมูลชุด a ที่เป็นจำนวนคี่ จากนั้นก็คิดคำนวณ โดยไม่ได้คำนึงถึงผลลัพธ์เมื่อคูณกันกับข้อมูลชุด b แล้วจะต้องได้จำนวนคี่ ทำให้นักเรียนเกิดข้อผิดพลาด โดยไม่ได้คำนึงถึงหลักของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ รองลงมาคือ ด้านการตีความจากโจทย์ มีนักเรียนเข้าใจผิดและทำผิด ถึงร้อยละ 62.50 ซึ่งเท่ากับ ด้านการคิดคำนวณและการดำเนินการ โดยพบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่อง ในเรื่องด้านการคิดคำนวณและการดำเนินการ นักเรียนมีข้อบกพร่องในส่วนของ การตีความหมายของ โจทย์ผิด

**คำสำคัญ:** ข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ; ความน่าจะเป็น ; แบบทดสอบวินิจฉัย

#### **Abstract**

The purpose of this research were to diagnosis of mathematics defect on probability of grade 9 students Watsalud school. Which divided the defects into 3types : 1. defects in the definition, properties, theorems and formulas 2. defects in the calculation 3. defects in interpretation from language sentences.

The population of the study were 9 grade students Wat Salud school Samut Prakan primary educational service area office 2, semester 2, academic year 2020, 2 classroom studying mathematics subject on probability. The total number of participants were 24, using the cluster sampling method. The research instrument used in this research is the probability mathematical diagnostic test . The tests were 4 choice with 25 questions and a parallel test 25 questions in total 50 questions. In this research the researcher used a computer program for statistical data. In calculating the basic statistics, such as the percentages. The results of the research can be summarized as follows:

The finding of this research found that the learning mathematics deficiencies on Probability of grade 9 students Watsalud school, the results are as follows.

The most students have a learning deficiencies in probability mathematics, the use of theorems, formulas, rules, definitions and properties 75.00%. deficiencies in the meaning of randomized trials The most students do not understand the basic concepts, don't understand the definition And the meaning of the randomized trial Therefore, it is not possible to tell which one is not a randomized trial. Causing the student's chosen answer to be incorrect. Followed by calculation and operation 62.50% , found that students have flaws. In the matter of finding the probability The deficiency of portability found is most students do not understand how the process of getting answers to them is. Students look at only the odd number a set. Then calculate without taking into account the result, when multiplied with the data set b, an odd number is obtained. Make students make errors regardless of the principle of mathematical operations. Followed by the interpretation of the problem There were 62.50% of students mistaken and made mistakes, equal to those in numeracy and operations. Students were found to be flawed in calculations and operations. The student has a flaw in the interpretation of the problem.

**Keyword:** The Mathematics learning defects; Probability; Diagnostic test

#### บทนำ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพ และพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจสังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (มาตรฐานการเรียนรู้ และตัวชี้วัด ฯ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560), 2560, หน้า 8)

ปัจจุบันโรงเรียนขยายโอกาส คือ พื้นที่แห่งความหวัง สานฝันให้กับนักเรียนที่มีข้อจำกัดในการศึกษาต่อ ภาพบรรยากาศโรงเรียนขยายโอกาส ที่มีธรรมชาติร่มรื่น ต้องใช้ชีวิตร่วมกับน้องประถม นักเรียนหวังเพียงจะมาโรงเรียนเพื่อได้วุฒิ ม.3 เพื่อไปใช้ในการทำงานต่อเท่านั้นนักเรียนขาดแรงจูงใจในการเรียน นักเรียนส่วนใหญ่มีปัญหาทางครอบครัว ประกอบกับเป็นครอบครัวในชนบท สิ่งที่ทำให้อมยิ้มได้ก็เป็นการทำไร่ ทำนา รับจ้างทั่วไป ทำให้ด้านการเงินไม่มีความพร้อมเท่าไรนี่คงเป็นเหตุผลที่ทำให้ทางครอบครัวตัดสินใจให้เขาเรียนในโรงเรียนใกล้บ้าน และเป็นโรงเรียน “ขยายโอกาส” ที่ทำให้เขาจบการศึกษาภาคบังคับได้ จากปัญหาดังกล่าว ทำ

ให้ผลการสอบโอเน็ตของนักเรียนโรงเรียนขยายโอกาสต่ำกว่านักเรียนที่เรียนเฉพาะมัธยมล้วน ซึ่งอาจจะมาจากหลายสาเหตุที่ทำให้คะแนนต่ำ

จากการรายงานผลการทดสอบโอเน็ตปีการศึกษา 2562 ของโรงเรียนวัดสตุล ซึ่งเป็นโรงเรียนขยายโอกาส ในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาสมุทรปราการ เขต 2 ได้ผลการทดสอบดังนี้ ในปีการศึกษา 2562 ระดับโรงเรียน มีคะแนนเฉลี่ย 17.95 ระดับขนาดโรงเรียน มีคะแนนเฉลี่ย 22.89 ระดับที่ตั้งโรงเรียน มีคะแนนเฉลี่ย 26.51 ระดับจังหวัด มีคะแนนเฉลี่ย 27.32 ระดับสังกัด มีคะแนนเฉลี่ย 26.98 ระดับภาค มีคะแนนเฉลี่ย 26.72 และระดับประเทศ มีคะแนนเฉลี่ย 26.73 จะเห็นได้ว่าผลการประเมินคุณภาพการศึกษา ระดับชาติ (O-NET) ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดสตุล สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาสมุทรปราการเขต 2 ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ปีการศึกษา 2562 มีคะแนนต่ำกว่าทุกระดับ และเมื่อพิจารณาโดยรวม พบว่าส่วนใหญ่มีคะแนนต่ำกว่าร้อยละ 30 ซึ่งถือว่าค่อนข้างต่ำ ดังนั้นจึงอยากจะทราบปัญหว่านักเรียนบกพร่องคณิตศาสตร์เรื่องใด จึงได้ศึกษาจากผลคะแนนทดสอบโอเน็ตตามมาตรฐานการเรียนรู้ ดังนี้ มาตรฐานค 1.1 มีคะแนนเฉลี่ย 20.93 มาตรฐานค 1.2 มีคะแนนเฉลี่ย 5.81 มาตรฐานค 2.1 มีคะแนนเฉลี่ย 6.98 มาตรฐานค 3.1 มีคะแนนเฉลี่ย 37.21 มาตรฐานค 3.2 มีคะแนนเฉลี่ย 5.81 มาตรฐานค 4.1 มีคะแนนเฉลี่ย 13.95 มาตรฐานค 4.2 มีคะแนนเฉลี่ย 22.79 มาตรฐานค 5.1 มีคะแนนเฉลี่ย 15.50 มาตรฐานค 5.2 มีคะแนนเฉลี่ย 23.26 และบูรณาการ 17.05 จะเห็นได้ว่าผลการประเมินคุณภาพการศึกษาระดับชาติ (O-NET) ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดสตุล สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาสมุทรปราการเขต 2 ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ปีการศึกษา 2562 แยกเป็นแต่ละมาตรฐานจะเห็นได้ มาตรฐาน ค 1.2 และ มาตรฐานค 3.2 มีคะแนนเฉลี่ยต่ำที่สุด คือ 5.81 ผู้วิจัยจึงได้ดูจากความเหมาะสมที่เป็นไปได้จึงสนใจที่จะศึกษาในมาตรฐานค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้ผู้วิจัยจึงได้ดูเนื้อหามาตรฐานค 3.2 ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตัวชี้วัด เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่มและนำผลที่ได้ไปหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ ซึ่งผู้วิจัยพบว่าเนื้อหาเรื่อง ความน่าจะเป็น อาจจะเป็นพื้นฐานในการเรียนระดับสูงขึ้นไป อาจส่งผลถึงการเรียนคณิตศาสตร์ในอนาคตสำหรับการศึกษาต่อได้

จากผลคะแนนโอเน็ต ทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งสำคัญอย่างยิ่งที่จะทำให้ครูผู้สอนนำผลที่ได้จากการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคนไปใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีคุณภาพมากขึ้น ความสำคัญของการหาปัญหาหรือข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ว่าในการสอนคณิตศาสตร์การวินิจฉัยข้อบกพร่องเป็นสิ่งที่สำคัญที่ทำให้การเรียนมีประสิทธิภาพ เพราะจะทำให้ทราบความคิดของนักเรียน ปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์และกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา

จากข้อความข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจการทำวิจัยเพื่อวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อนำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นไปใช้ประโยชน์ในการหาข้อบกพร่องของนักเรียนแต่ละคน เพื่อนำไปแก้ปัญหาในด้านการจัดการเรียนรู้ของผู้สอน โดยมุ่งเน้นนักเรียนที่มีปัญหาในด้านความเข้าใจและการแก้ปัญหาโจทย์ที่บกพร่อง เพื่อให้นักเรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจได้อย่างถูกต้องและนักเรียนสามารถพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้ดีขึ้นและมีประสิทธิภาพด้านการเรียนคณิตศาสตร์ต่อไปได้

### **วัตถุประสงค์การวิจัย**

เพื่อวินิจฉัยวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2563 โรงเรียนวัดสลุด ใน 3 ด้าน คือ ใน 3 ด้าน คือ ด้านการใช้บทนิยาม ด้านดำเนินการ และด้านการตีความโจทย์

### **ขอบเขตการวิจัย**

#### **ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง**

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2563 โรงเรียนวัดสลุด ซึ่งมีจำนวน 2 ห้องเรียน จำนวนนักเรียนทั้งหมด 48 คน
2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2563 โรงเรียนวัดสลุด จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งมีจำนวน 24 คน โดยสุ่มแบบอาศัยความน่าจะเป็น ใช้วิธีการสุ่มตัวอย่างแบบสุ่มกลุ่มหลายชั้นตอน (Cluster Sampling) จาก 2 ห้องเรียน

### **ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ**

1. ได้รับรู้ถึงข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดสลุด จังหวัดสมุทรปราการ
2. เป็นแนวทางสำหรับครูคณิตศาสตร์ให้นำไปใช้ในการปรับปรุงหรือพัฒนาการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับข้อบกพร่องของนักเรียนนั้น ได้อย่างถูกต้อง
3. เป็นแนวทางสำหรับผู้สนใจในการศึกษาและทำวิจัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่น ๆ ต่อไป

### **เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย**

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือก เป็นแบบทดสอบคู่ขนาน 25 คู่ รวมทั้งหมด 50 ข้อ

## การดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยการศึกษาข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยดำเนินการวิจัยตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

1.ศึกษาสภาพปัญหาความบกพร่องทางคณิตศาสตร์จากสัมภาษณ์ครูผู้สอน เรื่อง ความน่าจะเป็น  
2.ศึกษาและกำหนดขอบเขตของลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ศึกษาและกำหนดขอบเขตของลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ 3 ด้านตามที่ได้พบทวนไว้ในวรรณกรรม แล้วสรุปเป็นนิยามของการวิจัยในครั้งนี้ ดังนี้

### 2.1 ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ

ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ หมายถึง ข้อบกพร่องความในความเข้าใจพื้นฐาน ขาดทักษะการเลือกทฤษฎีบท สูตรกฎ นิยาม และสมบัติที่เหมาะสมในเรื่องความน่าจะเป็น มาใช้ และนำมาประยุกต์ใช้ข้อมูลในเรื่องความน่าจะเป็น ไม่ถูกต้อง

### 2.2 ด้านการคิดคำนวณ และการดำเนินการ

ด้านการคิดคำนวณ และการดำเนินการ หมายถึง ข้อผิดพลาดจากการขาดความเข้าใจในหลักการดำเนินการเบื้องต้นในการค่าความน่าจะเป็น ไม่ถูกต้อง ทำผิดขั้นตอน ขาดความแม่นยำ ขาดความระมัดระวัง และขาดรวดเร็วในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และสรุปผลไม่ถูกต้อง ไม่ครบทุกกรณีของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น

### 2.3 ด้านการตีความจากโจทย์

ด้านการตีความจากโจทย์ หมายถึง ข้อบกพร่องที่เกิดจากการไม่สามารถตีความและแปลความหมาย โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความน่าจะเป็นไม่เข้าใจว่าโจทย์ต้องการให้หาเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในการทดลองสุ่ม หรืออาจจะเข้าใจแต่โจทย์อาจจะยากเกินไป จึงทำให้ไม่สามารถแก้ปัญหาจากโจทย์นั้นได้ถูกต้อง

3.สร้างตารางวิเคราะห์เนื้อหาเรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 โดยออกแบบให้ครอบคลุมเนื้อหา ดังนี้

1. เหตุการณ์จากการทดลองสุ่มและเหตุการณ์ทั้งหมดที่จะเกิด (sample space)ความน่าจะเป็น
2. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความน่าจะเป็น
3. การนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็น ไปใช้ในชีวิตจริง

4. สร้างตารางการวิเคราะห์เนื้อหาที่ใช้ในการสร้างแบบทดสอบสอดคล้องกับลักษณะของข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

5. สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 25 คู่ ประเภทเลือกตอบ 4 ตัวเลือก และสร้างข้อสอบคู่ขนานไปข้อต่อข้อ สอดรับกับเนื้อหาและประเภทของข้อบกพร่องที่สร้างเป็นตารางไว้แล้ว

6. นำแบบทดสอบที่สร้างให้ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ตรวจสอบ โดยมีผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบพิจารณาความเป็นคู่ขนานของข้อสอบและสามารถวัดลักษณะข้อบกพร่องตามเนื้อหาที่แจ้งไว้ในตารางหรือไม่ โดยให้ค่าความสอดคล้อง 3 ระดับ คือ 1 สอดคล้อง 0 ไม่แน่ใจ และ -1 คือไม่สอดคล้อง จากนั้นจึงนำผลการให้ค่าความสอดคล้องของผู้เชี่ยวชาญมาหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) แล้วนำแบบทดสอบข้อที่ไม่ผ่านเกณฑ์การตรวจสอบมาแก้ไขให้ถูกต้องแล้วส่งกลับไปให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบอีกครั้ง เพื่อให้ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) มีค่าตามเกณฑ์คือไม่ต่ำกว่า 0.6 ซึ่งผลการตรวจสอบในครั้งนี้มีค่าอยู่ในช่วง 0.67 – 1.00 จำนวน 25 คู่ เป็นข้อสอบแบบคู่ขนาน ได้ดังแสดงในภาคผนวก

7. หลังจากปรับปรุงแก้ไขตามผู้ทรงคุณวุฒิแล้วให้นำแบบทดสอบเรื่อง ความน่าจะเป็น ไปทดลองใช้ (tryout) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทำแบบทดสอบจำนวน 25 คู่ แบ่งเป็น 2 ชุดคือชุด A และชุด B ประเภทแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก มีจำนวน 3 ห้องเรียน จำนวน 100 คน โดยให้นักเรียนสอบ 2 ครั้ง คือชุด A 1 ครั้ง และชุด B อีก 1 ครั้ง ซึ่งนักเรียนเป็นนักเรียนกลุ่มเดียวกัน

8. จากนั้นนำผลการสอบของนักเรียนมาวิเคราะห์ข้อมูลหาคุณภาพของข้อสอบ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างข้อที่คู่ขนานกัน เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์และหาค่าสอดคล้องของการกระจายคำตอบของข้อสอบที่คู่ขนานกันด้วย chi-square ว่า ข้อสอบคู่ที่ขนานกันนักเรียนมีการตอบ 2 ครั้ง เหมือนกันหรือไม่ หากการกระจายคำตอบของผู้ตอบ 2 ครั้งเป็นแบบเดียวกัน ค่า Chi-square จะมีความสำคัญทางสถิติ (sig) สูงกว่าค่า แอลฟาที่ตั้งไว้ คือ 0.05 แสดงว่า ข้อสอบที่คู่ขนานกันนั้นผู้เรียนมีการกระจายการตอบ 2 ครั้งสอดคล้องกัน 16 คู่ 32 ข้อ

9. หาค่าความเชื่อมั่นรายข้อ ด้วยการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง 0.38 – 0.74 ข้อที่คู่ขนานกัน

10. นำแบบทดสอบที่ได้จากกลุ่มทดลองมาวิเคราะห์หาค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบรายข้อ ซึ่งเหลือข้อสอบ 32 ข้อ หรือ 16 คู่ โดยโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติโดยใช้วิธี Corrected Item total Correlation โดยจะคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าอำนาจจำแนกมีค่าระหว่าง 0.218 - 0.654 ข้อสอบใช้ได้ทั้ง 32 ข้อ 16 คู่ขนานและหาค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของข้อสอบแอลฟา แอลฟา ( $\alpha$  - Coefficient) ของครอนบัก (Cronbach) ได้ค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบ 0.921

11. นำข้อสอบที่ผ่านการวิเคราะห์หาคุณภาพและรันข้อใหม่เป็นข้อที่ 1 ถึง ข้อที่ 32 แล้ว และนำไปใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

### ผลการวิจัย

ตาราง สรุปผลการวิเคราะห์ข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์เรื่องพหุนามและการแยกตัวประกอบของพหุนาม ดิกรีสองของนักเรียนจากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยในด้านต่างๆ

ประเภทข้อบกพร่อง	จำนวน	ข้อบกพร่อง	
		สูงสุดร้อยละ	ต่ำสุดร้อยละ
ข้อบกพร่องด้านบทนิยาม สมบัติ ทฤษฎีบท และสูตร	8	75.00	8.33
ข้อบกพร่องด้านการคิดคำนวณและการดำเนินการ	14	62.50	4.17
ข้อบกพร่องด้านการตีความจากโจทย์	10	62.50	4.17

### การอภิปรายผล

จากผลการวิจัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดสลด ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 ผู้วิจัยอภิปรายผลการศึกษาได้ดังนี้

#### 1. ด้านการใช้ทฤษฎี กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ

ข้อบกพร่องของนักเรียนในด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ เกี่ยวกับเรื่องความน่าจะเป็น บ่งบอกถึงความไม่เข้าใจในแนวความคิดขั้นพื้นฐานของความน่าจะเป็น ดังเช่น การวิจัยในครั้งนี้ พบว่า มีนักเรียนไม่เข้าใจการทดลองสุ่ม คิดเป็นร้อยละ 75.00 ซึ่งก็แสดงว่า นักเรียนไม่เข้าใจแนวคิดของความหมายของการทดลองสุ่ม ดังตัวอย่างที่พบในการวิจัยนี้ ข้อที่ 17. การกระทำใดไม่เป็นการทดลองสุ่ม

ก. การคัดเลือกนักเรียนเข้าค่ายอังกฤษ จำนวน 15 คน จากนักเรียน 30 คน

ข. อ้วนหลับตาหยิบสลากในแก้ว 1 ใบจากสลากที่มีอยู่ 100 ใบ

ค. การโยนลูกบอลสีฟ้าพร้อมกับลูกเต๋าสีม่วง



ง. การสุ่มได้เสื้อสีชมพูมาใส่ในวันอังคารจากเสื้อทั้งหมด 7 สี

โดยให้นักเรียนวิเคราะห์ตัวเลือกในแต่ละข้อว่าข้อใดไม่เป็นการทดลองสุ่ม นักเรียนร้อยละ 20.83 ของผู้ตอบ ตอบว่า การคัดเลือกนักเรียนเข้าค่ายอังกฤษ จำนวน 15 คน จากนักเรียน 30 คน โดยมีวิธีการคัดเลือกไม่ใช่การทดลองสุ่ม ร้อยละ 8.33 เข้าใจว่า อ้วนหลับตาหยิบสลากในแก้ว 1 ใบจากสลากที่มีอยู่ 100 ใบ เพราะ คิดว่าการหยิบสลากในแก้วไม่ใช่การทดลองสุ่ม ร้อยละ 45.83 เข้าใจว่า การโยนลูกบอลสีฟ้าพร้อมกับลูกเต๋าสีม่วง มีเพียงร้อยละ 25.00 ที่ตอบ การสุ่มได้เสื้อสีชมพูมาใส่ในวันอังคารจากเสื้อทั้งหมด 7 สี เรื่องง่าย ๆ เช่นนี้ ครูส่วนใหญ่อาจไม่คิดว่านักเรียนจะไม่เข้าใจความหมายของการสุ่ม ตัวอย่างงานวิจัยที่นักเรียนไม่มีความเข้าใจถึงนิยามของการสุ่ม ก็คืองานวิจัยของ Truran (1987, อังใน อัมพร ม้าคะนอง, 2536 หน้า 16) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับ*การวิเคราะห์ความผิดพลาดและเทคนิคการแก้ไขในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์* และงานวิจัยของ สุกการ์ณ สว่างเมืองวรกุล (2551) ศึกษาเรื่อง *การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเมืองแพร่ จังหวัดแพร่* ผลการวิจัยพบว่า ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจในแนวคิดขั้นพื้นฐาน ไม่เข้าใจนิยาม และความหมายของการทดลองสุ่ม จึงไม่สามารถบอกได้ว่าข้อใดไม่ใช่การทดลองสุ่ม ทำให้คำตอบที่นักเรียนเลือกตอบมานั้นไม่ถูกต้อง

## 2. ด้านการคิดคำนวณ และการดำเนินการ

การวิจัยนี้ได้วัดข้อบกพร่องของนักเรียนในด้านการคิดคำนวณและ การดำเนินการ ด้วยข้อทดสอบวินิจฉัย 14 ข้อ พบว่า มีนักเรียนตอบผิดเกินร้อยละ 50 อยู่ 1 ข้อ และจุดที่มีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ นักเรียนตอบผิดมากที่สุดถึงร้อยละ 62.50 ให้นักเรียนแสดงวิธีการทำหาความน่าจะเป็นของจำนวนดังตัวอย่างที่พบในการวิจัยนี้ ข้อ 14. กำหนดให้ a แทนจำนวนชุดหนึ่งซึ่งประกอบด้วย 1, 2 และ 3 และให้ b แทนจำนวนอีกชุดหนึ่งซึ่งประกอบด้วย 4, 5 และ 6 ความน่าจะเป็นของผลคูณ a กับ b ที่เป็นจำนวนคี่ ตรงกับข้อใด

ก.  $\frac{(1 \times 5), (3 \times 5)}{9} = \frac{2}{9}$

ข.  $\frac{(1 \times 4), (1 \times 5)}{9} = \frac{2}{9}$

ค.  $\frac{(1 \times 4), (1 \times 5), (1 \times 6)}{9} = \frac{1}{3}$

ง.  $\frac{(1 \times 4), (1 \times 5), (1 \times 6), (3 \times 4), (3 \times 5), (3 \times 6)}{9} = \frac{2}{3}$

ข้อบกพร่องที่พบก็คือ นักเรียนจำนวนชุด a  $\times$  จำนวนชุด b โดย คิดว่า  $\frac{(1 \times 4), (1 \times 5)}{9} = \frac{2}{9}$  ให้ a แทนค่าด้วย 1 ชุด b ที่แทนแค่สองจำนวนแรกคือ 4 และ 5 ดังนั้น  $1 \times 4 = 5$  อาจจะคำนวณผิดเพราะ นำ  $1+4 = 5$  ซึ่งเมื่อ

คำนวณแล้ว  $a \times b$  จะได้จำนวนที่ข้อนี้ นักเรียนตอบคิดเป็นร้อยละ 12.50 และข้อนี้  $\frac{(1x4),(1x5),(1x6)}{9} = \frac{1}{3}$  ให้ a แทนค่าด้วย 1 คูณ b ที่แทนคือ 4 5 และ 6 ซึ่งนักเรียนคิดว่า 1 เป็นจำนวนที่เลยคิดว่าจำนวนที่คูณกับจำนวนของ b เลยโดยไม่คำนึงถึงเงื่อนไขที่คูณแล้วต้องได้จำนวนที่ ข้อนี้ นักเรียนตอบคิดเป็นร้อยละ 16.67 และข้อนี้  $\frac{(1x4),(1x5),(1x6),(3x4),(3x5),(3x6)}{9} = \frac{2}{3}$  ให้ a แทนค่าด้วย 1 และ 3 ซึ่งเป็นจำนวนที่ คูณ b ที่แทนคือ 4 5 และ 6 ซึ่งนักเรียนมองแค่ a เป็นจำนวนที่โดยไม่คำนึงถึงผลคูณ เมื่อ  $a \times b$  แล้วจะต้องได้ผลคูณเป็นจำนวนที่ ซึ่งเมื่อคำนวณแล้วจะผิดข้อนี้ นักเรียนตอบคิดเป็นร้อยละ 33.33 ข้อสอบนี้ ผู้วิจัยพิจารณาว่า การที่นักเรียนเลือกคำตอบแตกต่างกันออกไป รวมเป็นร้อยละที่สูงมาก บ่งชี้ว่านักเรียนมีข้อบกพร่อง ในเรื่องการหาความน่าจะเป็นของจำนวนที่กำหนดให้ ไม่เข้าใจว่ากระบวนการที่จะได้คำตอบมานั้นได้มาอย่างไร ตัวอย่างงานวิจัยที่นักเรียนมีข้อบกพร่องในการการคิดคำนวณและการดำเนินการ ก็คือ งานวิจัยของ Blando et.al. (1989, อ้างใน อัมพร ม้าคะนอง, 2536 หน้า 16) ได้ทำการศึกษาเรื่อง “การวิเคราะห์และรูปแบบความคลาดเคลื่อนทางเลขคณิต” งานวิจัยของอัมพร ม้าคะนอง (2536) ศึกษาเรื่อง การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย งานวิจัยของ จักริน บัณฑิตชน (2548) ศึกษาเรื่อง การวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการแก้ปัญหาสมการเอกซ์โพเนนเชียลของนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 ในจังหวัดสงขลา และงานวิจัยของ สินี โคตหนู (2561) ศึกษาเรื่อง การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการส่งเสริม-การศึกษาเอกชน สำนักงานเขตพื้นที่ประถมศึกษากรุงเทพมหานคร เขต 2 ผลการวิจัยพบว่า ด้านการคิดคำนวณ และการดำเนินการ นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจว่ากระบวนการที่จะได้คำตอบมานั้นได้มาอย่างไร นักเรียนดูเพียงข้อมูลชุด a ที่เป็นจำนวนที่ จากนั้นก็คิดคำนวณโดยไม่ได้อ่านเงื่อนไขถึงผลลัพธ์เมื่อคูณกันกับข้อมูลชุด b แล้วจะต้องได้จำนวนที่ ทำให้นักเรียนเกิดข้อผิดพลาดโดยไม่คำนึงถึงหลักของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

### 3. ด้านการตีความจากโจทย์

ข้อบกพร่องของนักเรียนที่ไม่เข้าใจเกี่ยวกับด้านการตีความจากโจทย์ ในงานวิจัยนี้ พบว่า มีนักเรียนเข้าใจผิดและทำผิด ถึงร้อยละ 62.50 ของผู้ตอบ โดยตีความหมายของ โจทย์ผิด ซึ่งความผิดประเภทนี้ เป็นความผิดที่โดยปกติทั่วไปของนักเรียนที่ขาดทักษะของการอ่านอย่างคิดวิเคราะห์ และลักษณะข้อบกพร่องด้านการตีความจากโจทย์ ปัญหาเศษส่วนที่ขาดความเข้าใจในการตีความหมายความน่าจะเป็น ดังตัวอย่างที่พบในการวิจัยนี้ ข้อที่ 5. จำนวนผลลัพธ์ของการขึ้นหน้าหัวอย่างน้อย 1 เหรียญ จากการ โยนเหรียญ 3 เหรียญ 1 ครั้ง คือข้อใด

ก. (H,H,H)

ข. (H,H,H) (H,H,T) (H,T,T)

ก. (H,H,H) (H,H,T) (H,T,T) (H,T,H)

ง. (H,H,H) (H,H,T) (H,T,T) (H,T,H) (T,T,H) (T,H,H) (T,H,T) จากโจทย์นักเรียนตีความหมายโจทย์ไปในทางที่ขึ้นหน้าหัวทั้งสามเหรียญ คิดเป็นร้อยละ 25.00 นักเรียนตีความหมายไปในทางที่ขึ้นหน้าหัวทั้งสามเหรียญ ขึ้นหน้าหัวเพียงสองเหรียญและขึ้นหน้าหัวเพียงหนึ่งเหรียญ เพียงอย่างละกรณี คิดเป็นร้อยละ 25.00 และนักเรียนตีความหมายไปในทางที่ขึ้นหน้าหัวทั้งสามเหรียญหนึ่งกรณี ขึ้นหน้าหัวสองเหรียญสองกรณีและขึ้นหน้าหัวเพียงหนึ่งเหรียญหนึ่งกรณี โดยคิดว่ามีเพียงสี่กรณีเหมือนโยนเหรียญสองเหรียญทำให้ตีความหมายของโจทย์ผิดไป คิดเป็นร้อยละ 12.50 ทำให้รวมข้อที่นักเรียนตอบผิดมากกว่าร้อยละ 50 เป็นข้อบกพร่องของการตีความหมายโจทย์ผิดไปซึ่งจะมีพบเห็นทั่วไป ในงานวิจัย ข้อบกพร่องเกี่ยวกับเศษส่วน ดังเช่น งานวิจัยของ Movshovitz-Hadar et al (1987) ศึกษาเรื่อง “An Empirical Classification Model for Errors in High School Mathematics” งานวิจัยของ ธาริต เหล่าธรรมทีป (2561) ศึกษาเรื่อง การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา เขต 2 ผลการศึกษาพบว่า ด้านการตีความจากโจทย์ นักเรียนมีข้อบกพร่องในส่วนของการตีความหมายของโจทย์ผิด คือนักเรียนเข้าใจว่าขึ้นหน้าหัวอย่างน้อย 1 เหรียญ คืออาจจะขึ้นหน้าหัวทั้งสามเหรียญมี 1 กรณี มีหน้าหัวสองเหรียญ 2 กรณี มีหน้าหัว 1 เหรียญ 1 กรณี โดยนักเรียนไม่ทันคิดไปว่าเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นยังไม่หมดทุกกรณีจึงทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจที่ผิดพลาดไป

### ข้อเสนอแนะ

ผลการวิจัยเรื่อง การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดสลุด ปีการศึกษา 2563 ทำให้ผู้วิจัยได้พบข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนตามลักษณะของข้อบกพร่องในแต่ละด้าน ซึ่งผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะแนวทางเพื่อเป็นประโยชน์ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

### ข้อเสนอแนะในการนำผลของการวิจัยไปใช้

1. ผลการวิจัยครั้งนี้แสดงให้เห็นถึงลักษณะข้อบกพร่องของนักเรียนที่มี ครูควรนำลักษณะของข้อบกพร่องที่ได้จากการวิจัยนี้ มาเป็นรูปแบบในการจัดการเรียนการสอน โดยอธิบายลักษณะที่ไม่ถูกต้องของข้อบกพร่อง ว่าผิดอย่างไร และที่ถูกต้องเป็นอย่างไร เพื่อให้ให้นักเรียนเกิดการเปรียบเทียบที่ชัดเจนขึ้น ซึ่งจะช่วยให้ข้อบกพร่องในเรื่องนั้นน้อยลงและหลีกเลี่ยงข้อบกพร่องที่จะเกิดขึ้นกับตัวนักเรียนเอง

2. ควรสัมภาษณ์นักเรียนที่ตอบผิดในแต่ละข้อมากขึ้น ทั้งนี้เพื่อให้ได้ข้อสรุปและข้อบกพร่องที่ชัดเจน

### ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. การวิจัยครั้งต่อไปการออกแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องควรออกแบบทดสอบที่เตรียมตามแนวคิดที่เกิดข้อบกพร่องจากนักเรียนเป็นส่วนใหญ่ เพื่อง่ายต่อการวิเคราะห์หาข้อบกพร่องของนักเรียน

2. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนรู้จะต้องครอบคลุมจุดประสงค์ในการเรียนและทักษะพื้นฐานทุกด้าน

3. เรียบเรียงข้อสอบไว้เป็นด้าน ๆ เพื่อสะดวกในการวินิจฉัย โดยในแต่ละด้าน ควรมีข้อสอบซึ่งค่อนข้างง่ายไม่น้อยกว่า 3 ข้อ

4. แบบทดสอบที่ใช้ในการวินิจฉัยหาข้อบกพร่องที่ได้ จำเป็นต้องเก็บข้อมูลในบทการสัมภาษณ์กับนักเรียนเพื่อให้ทราบถึงสาเหตุที่ทำให้เกิดข้อพร่องทางการเรียนได้อย่างชัดเจนและรู้ถึงปัญหาได้อย่างถูกต้อง เพื่อนำไปแก้ไขตรงจุดและพัฒนาให้นักเรียนมีประสิทธิภาพต่อไป

## บรรณานุกรม

### ภาษาไทย

- จักริน บัณฑิตชน. (2548). การวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เอกซ์ โพนเนนเซียล ของนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 ในจังหวัดสงขลา. วิทยานิพนธ์การศึกษา มหาวิทยาลัยทักษิณ, มหาวิทยาลัยทักษิณ.
- ชาติรติ เหล่าธรรมทีป. (2561). การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบ สมการเชิงเส้นสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนในสังกัด สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาเขต 2. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2563). ผลคะแนนสอบ O-NET ปีการศึกษา 2562 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. สืบค้นวันที่ 27 มีนาคม 2563, จาก <http://www.niets.or.th>.
- สินี โดดหนู. (2561). การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ทศนิยม สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการส่งเสริมการศึกษาเอกชน เขตพื้นที่ประถมศึกษากรุงเทพมหานคร เขต 2 วิทยานิพนธ์การศึกษา มหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ศุภการณ์ สว่างเมืองวรกุล. (2551). การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเมืองแพร่ จังหวัดแพร่. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- อัมพร ม้าคะนอง. (2536). รายงานการวิจัยเรื่องการวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียน คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, คณะครุศาสตร์.

### ภาษาอังกฤษ

- Movshovitz-Hadar, N., Zaslavsky, O., & Inbar, S. (1987). *An empirical classification model for errors in high school mathematics*. *Research in Mathematics Education*, 18(1), 3-14.