

การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนธัญบุรี  
Diagnosis of Misconceptions in Mathematics on Sequences and Series  
of Matthayom Sueksa Six Students at Thanyaburi School.

พาฝัน แซ่ตั้ง<sup>1\*</sup> และ นพพร แหยมแสง<sup>2</sup>

<sup>1</sup>สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง ประเทศไทย

<sup>2</sup>คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง ประเทศไทย

\*ผู้รับผิดชอบบทความ

Phafan Saetang<sup>1\*</sup> and Nopporn Yamsang<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Mathematics Education, Faculty of Education,

Ramkhamhaeng University, Thailand

<sup>2</sup>Faculty of Education, Ramkhamhaeng University, Thailand

\*Corresponding author: phafanphafan@gmail.com

#### บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนธัญบุรี ใน 3 ด้าน คือ ด้านการบิดเบือนสัญพจน์ บทนิยามหรือทฤษฎีบท สูตร ด้านการดำเนินการหรือการคำนวณผิดพลาด และด้านการตีความหมาย การใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ผิดพลาด

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนธัญบุรี จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 36 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม จากทั้งหมด 6 ห้องเรียน เครื่องมือที่ใช้ คือ แบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม เป็นแบบทดสอบคู่ขนานปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก และการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูปทางสถิติในการคำนวณค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ การหาค่าร้อยละ

ผลการวิจัยพบว่า (1) ด้านการบิดเบือนสัญพจน์ บทนิยามหรือทฤษฎีบท สูตร เรื่อง ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต ซึ่งวัดโดยใช้ข้อสอบจำนวน 4 ข้อ พบว่า มีข้อสอบ 2 ข้อ ที่มีจำนวนนักเรียนตอบผิดมากกว่าร้อยละ 50 (2) ด้านการดำเนินการ หรือการคำนวณผิดพลาด เรื่อง อนุกรมอนันต์ ซึ่งวัดโดยใช้ข้อสอบจำนวน 8 ข้อ พบว่า มีข้อสอบ 2 ข้อ ที่มีจำนวนนักเรียนตอบผิดมากกว่าร้อยละ 50 (3) ด้านการตีความหมายการใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ผิดพลาด เรื่อง การประยุกต์ของลำดับและอนุกรม ซึ่งวัดโดยใช้ข้อสอบจำนวน 8 ข้อ พบว่า มีข้อสอบ 4 ข้อ ที่มีจำนวนนักเรียนตอบผิดมากกว่าร้อยละ 50

**คำสำคัญ:** การวินิจฉัย; มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน; คณิตศาสตร์; ลำดับและอนุกรม

## Abstract

The purpose of this research is to study the mathematical misconception of the sequences and series. For students in Mathayomsuksa 6, Academic Year 2021, Thanyaburi School. in 3 aspects (1) The distortion of the axiom Definition or theorem, formula (2) distorting operation or miscalculation (3) misinterpretation, misuse of language or symbols.

The sample group for this study was 36 students in Mathayomsuksa 6, Academic Year 2021, Thanyaburi School. The participants were recruited by cluster sampling, randomly selecting 1 student room from 6 rooms. The tool used was the test assessing misunderstanding in mathematical concepts of sequences and series. The test is multiple choice with 4 choices The data was analyzed by fundamental statistics which are the percentage. The study's findings can be summarized as follows.

The results showed that (1) The distortion of the axiom Definition or theorem, formula on the sum of the first  $n$  terms of arithmetic and geometric series. Which was measured by using a test of 4 items, it was found that there were 2 items with more than 50 percent of the students who answered incorrectly (2) distorting operation or miscalculation on infinite series, which was measured by using 8 questions, found that 2 items with more than 50 percent of students wrong answers (3) on the interpretation of meaning, the use of language or symbols mistakenly, on the application of sequences and series. Which was measured by using a test of 8 items, it was found that there were 4 questions with more than 50 percent of the students who answered incorrectly.

Keywords : Diagnosis, misconception, mathematics, series and sequence.

## บทนำ

การศึกษาเป็นเครื่องมือสำคัญในการสร้างคน สร้างสังคม และสร้างชาติ เป็นกลไกหลักในการพัฒนากำลังคนให้มีคุณภาพ สามารถดำรงชีวิตอยู่ร่วมกับบุคคลอื่นในสังคมได้อย่างเป็นสุขในกระแสการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วของโลกศตวรรษที่ 21 เนื่องจากการศึกษามีบทบาทสำคัญในการสร้างความได้เปรียบของประเทศเพื่อการแข่งขันและยืนหยัดในเวทีโลกภายใต้ระบบเศรษฐกิจและสังคมที่เป็นพลวัต ประเทศต่าง ๆ ทั่วโลกจึงให้ความสำคัญและทุ่มเทกับการพัฒนาการศึกษาเพื่อพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ของตนให้สามารถก้าวทันการเปลี่ยนแปลงของระบบเศรษฐกิจและสังคมของประเทศ ภูมิภาค และของโลก (แผนการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2560-2579) ดังนั้นการจัดการศึกษาจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งโดยเฉพาะการจัดการเรียนรู้สำหรับผู้เรียนในศตวรรษที่ 21 นี้ จะมุ่งพัฒนาผู้เรียนให้มีทั้งความรู้ ทักษะการเรียนรู้ การคิด และมีทักษะชีวิต โดยจะมุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีความรู้ที่กว้างและลึกในหลากหลายเรื่อง รวมทั้งมีทักษะในการจำแนกแยกแยะข้อมูลได้อย่างมีประสิทธิภาพ มีระบบการคิดที่ดี มีการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล มีจิตแห่งจริยธรรม เพื่อความเป็นพลเมืองที่ดีของประเทศและของโลก วิชาคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้การคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพสังคม (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 1)

อย่างไรก็ตามการจัดการเรียนการสอนในปัจจุบันนั้น ยังไม่เกิดประสิทธิภาพเท่าที่ควร ดังจะเห็นได้จาก ผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติด้านพื้นฐาน (O-Net) ปีการศึกษา 2563 ในรายวิชาคณิตศาสตร์ของระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ค่าเฉลี่ยทั้งประเทศอยู่ที่ 26.04 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2563) และในระดับโรงเรียนพบว่า โรงเรียนธัญบุรี มีค่าเฉลี่ยอยู่ที่ 25.31 ซึ่งค่าเฉลี่ยดังกล่าว ต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศ ทำให้เห็นว่า คุณภาพของการจัดการศึกษายังไม่เป็นที่น่าพึงพอใจ ซึ่งอาจจะมาจากการจัดการเรียนการสอนของครูหรือจากผู้เรียนที่มีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อผิดพลาดในการเรียนคณิตศาสตร์ ดังนั้นครูผู้สอนจึงจำเป็นที่จะต้องเร่งศึกษาและตรวจสอบข้อบกพร่องเพื่อนำไปแก้ปัญหาในการเรียนของนักเรียน

จากที่กล่าวมาข้างต้น การวินิจฉัยมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจึงมีความสำคัญยิ่งต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อที่จะค้นพบข้อบกพร่องและแก้ไขจุดบกพร่องนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะทำการวินิจฉัยมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนธัญบุรี เพื่อนำผลที่ได้ไปปรับปรุงพัฒนาการจัดการเรียนการสอนให้ประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นต่อไป

## วัตถุประสงค์การวิจัย

เพื่อศึกษามีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนธัญบุรี

## ขอบเขตของการวิจัย

### 1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนธัญบุรี จำนวน 6 ห้องเรียน มีนักเรียนทั้งหมด 222 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนธัญบุรี จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 36 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster sampling) จากทั้งหมด 6 ห้องเรียน

### 2. ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรที่ศึกษา คือ มีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนธัญบุรี

## ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เป็นแนวทางในการพัฒนาการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์หรือสอนซ่อมเสริมให้กับนักเรียนที่มีปัญหาทางด้านเรียนคณิตศาสตร์ต่อไป
2. เป็นแนวทางแก่ผู้สนใจในการทำวิจัยเกี่ยวกับมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเนื้อหาอื่น ๆ ต่อไป

## วิธีการดำเนินการวิจัย

### 1. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวินิจฉัยมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม จำนวน 40 ข้อ เป็นแบบทดสอบคู่ขนาน แบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก โดยมีขั้นตอนการดำเนินการ ดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตร เนื้อหา และมาตรฐานการเรียนรู้ เรื่อง ลำดับและอนุกรม

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ปีพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระคณิตศาสตร์และคู่มือครูหนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 1 เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

2. ศึกษาเอกสาร ตำรา ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์และลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม
3. สร้างตารางวิเคราะห์เนื้อหาจำแนกตามประเภทของความคลาดเคลื่อน
4. สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยที่สอดคล้องกับลักษณะความคลาดเคลื่อนทางการเรียน เรื่อง ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 2 ฉบับ ฉบับละ 20 ข้อ
5. นำแบบทดสอบวินิจฉัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนออาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อแก้ไขภาษาสำนวน ให้ครอบคลุมกับเนื้อหาตลอดจนข้อเสนอแนะต่าง ๆ
6. นำแบบทดสอบที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ตรวจสอบเพื่อวิเคราะห์ความตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ของแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม โดยพิจารณาจากแบบทดสอบแต่ละข้อ และใช้เกณฑ์การพิจารณา ดังนี้  
ถ้าแน่ใจว่าแบบทดสอบสอดคล้องตามเนื้อหา มีคะแนน +1  
ถ้าไม่แน่ใจว่าแบบทดสอบสอดคล้องตามเนื้อหา มีคะแนน 0  
ถ้าแน่ใจว่าแบบทดสอบไม่สอดคล้องตามเนื้อหา มีคะแนน -1
7. นำคะแนนจากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน มาตรวจสอบหา

ค่าดัชนีความตรงเชิงเนื้อหา (IOC) แบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม พบว่าข้อสอบมีค่าดัชนีความตรงเชิงเนื้อหา (IOC) อยู่ในช่วง 0.67 - 1.00

8. ปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง ลำดับและอนุกรม แล้วนำแบบทดสอบไปทดลองใช้ (try out) กับกลุ่มตัวแทนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียน เรื่อง ลำดับและอนุกรม มาแล้ว จำนวน 106 คน
9. นำแบบทดสอบที่ผ่านการหาประสิทธิภาพแล้วนำไปทดลองใช้กับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 109 คน
10. นำผลการทดสอบมาตรวจวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบรายข้อ และคัดเลือกข้อสอบที่ตรงตามเกณฑ์คุณภาพ โดยพิจารณาค่าความสอดคล้องของการกระจายค่าตอบระหว่างข้อที่คู่ขนาน โดยใช้สูตร Chi-square และหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับโดยใช้สูตร  $\alpha$ -coefficient

## 2. การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. วางแผนดำเนินการสอบ โดยขออนุญาตผู้อำนวยการโรงเรียนธัญบุรี พร้อมทั้งแจ้งกำหนดวันเวลา ในการดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล
2. นำแบบทดสอบไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่าง พร้อมทั้งแจ้งวัตถุประสงค์ของการสอบเพื่อให้ได้ตามความเป็นจริง
3. นำผลจากการทดสอบมาตรวจให้คะแนนและนำไปดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาสาเหตุ และลักษณะของข้อบกพร่องที่ทำให้นักเรียนตอบผิด

### 3. การวิเคราะห์ข้อมูล

นำข้อมูลที่เก็บได้จากกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นข้อมูลเชิงปริมาณมาวิเคราะห์ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูป โดยหาค่าความถี่ (Frequency) และร้อยละ (Percentage) ตามลักษณะของข้อบกพร่องที่ผู้วิจัยได้กำหนดไว้ในรูปแบบของข้อสอบคู่ขนาน

#### สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยพบว่า มีโน้ตที่คลาดเคลื่อนทางการเรียน เรื่อง การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนธัญบุรี มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านต่าง ๆ ดังนี้

1. ด้านการบิดเบือนสัญพจน์ บทนิยามหรือทฤษฎีบท สูตร เรื่อง ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต ซึ่งวัดโดยใช้ข้อสอบจำนวน 2 คู่ (4 ข้อ) พบว่า มีข้อสอบ 1 คู่ (2 ข้อ) ที่มีจำนวนนักเรียนตอบผิดมากกว่าร้อยละ 50
2. ด้านการดำเนินการ หรือการคำนวณผิดพลาด เรื่อง อนุกรมอนันต์ ซึ่งวัดโดยใช้ข้อสอบจำนวน 4 คู่ (8 ข้อ) พบว่า มีข้อสอบ 1 คู่ (2 ข้อ) ที่มีจำนวนนักเรียนตอบผิดมากกว่าร้อยละ 50
3. ด้านการตีความหมายการใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ผิดพลาด เรื่อง การประยุกต์ของลำดับและอนุกรม ซึ่งวัดโดยใช้ข้อสอบจำนวน 4 คู่ (8 ข้อ) พบว่า มีข้อสอบ 2 คู่ (4 ข้อ) ที่มีจำนวนนักเรียนตอบผิดมากกว่าร้อยละ 50

#### อภิปรายผล

จากการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนธัญบุรี อภิปรายผลได้ดังนี้

1. ด้านการบิดเบือนสัญพจน์ บทนิยามหรือทฤษฎีบท สูตร
  - 1.1 การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ พบว่าไม่มีข้อใดที่นักเรียนตอบผิดมากกว่าร้อยละ 50 มีนักเรียนเพียงบางส่วนที่ตอบผิดทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนน้อย เพราะนักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในการหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต เข้าใจในการหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต เป็นอย่างดี ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่ตอบถูกมากกว่าร้อยละ 50
  - 1.2 การหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต ในข้อที่นักเรียนทำผิดมากกว่าร้อยละ 50 ความคลาดเคลื่อนที่พบ คือ นักเรียนยังขาดความเข้าใจการแทนค่าในสูตรการคำนวณ ( $S_n$ ) ของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต โดยนักเรียนเข้าใจผิดว่า  $S_{11}=(-7)(3)^{11-1}$  และ  $S_{10}=(5)(3)^{10-1}$  เป็นการหาพจน์ที่ 11 และพจน์ที่ 10 ของลำดับเรขาคณิต ซึ่งพบว่านักเรียนตอบผิดร้อยละ 77.8 และ 97.2 ตามลำดับ นักเรียนไม่ได้เข้าใจการหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต โดยทำการแทนค่าโดยใช้สูตรลำดับเรขาคณิต ซึ่งเป็นวิธีที่ผิด ทำให้เห็นว่านักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับ สัญพจน์ บทนิยามหรือทฤษฎีบท สูตร สอดคล้องกับผลการวิจัยของ คมสันต์ เอ็นคะวัน (2553) ได้ศึกษาเรื่อง การพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาดุสิตธานี พบว่า นักเรียนขาดความเข้าใจสูตรการคำนวณ ( $S_n$ ) ของอนุกรมเรขาคณิตมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 31.3 โดยไม่เข้าใจความหมายของอนุกรมเลขคณิตและขาดความเข้าใจสูตรการคำนวณ ( $S_n$ ) ของอนุกรมเลขเรขาคณิต สอดคล้องกับ Ahmad Kholiqul Amin (2017) ศึกษาเรื่อง “Diagnostic of Students’ Difficulties in Solving Mathematics Problems Year 2015/2016” พบว่านักเรียนร้อยละ 36.67 มีความบกพร่องในการใช้สูตร สาเหตุมาจากนักเรียนไม่รู้จักสูตรที่ต้องนำไปใช้ในการแก้ปัญหาและไม่สามารถนำสูตรมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ และสอดคล้องกับ ชารารัตน์ แก้วพะเนาว์ (2553) พบว่า นักเรียนมีความบกพร่องของเนื้อหาคิดเป็นร้อยละ 32.7 โดยความบกพร่องที่พบคือ การใช้สูตรหรือนิยามไม่ได้ และไม่สามารถนำสูตรมาใช้ในการแก้ปัญหาได้

## 2. ด้านการดำเนินการ หรือการคำนวณผิดพลาด

2.1 ลิมิตของลำดับ พบว่าไม่มีข้อใดที่นักเรียนตอบผิดมากกว่าร้อยละ 50 มีความคลาดเคลื่อนน้อย เพราะนักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในการดำเนินการและคำนวณหาลิมิตของลำดับ เข้าใจเกี่ยวกับลำดับคู่เข้าและลำดับคู่ออกเป็นอย่างดี ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่ตอบถูกมากกว่าร้อยละ 50

2.2 ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต พบว่าไม่มีข้อใดที่นักเรียนตอบผิดมากกว่าร้อยละ 50 มีความคลาดเคลื่อนน้อย เพราะนักเรียนมีความเข้าใจในการหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต เข้าใจขั้นตอนในการดำเนินการ การคำนวณเกี่ยวกับอนุกรมจำกัดเป็นอย่างดีทำให้นักเรียนส่วนใหญ่ตอบถูกมากกว่าร้อยละ 50

2.3 อนุกรมอนันต์ ในข้อที่นักเรียนทำผิดมากกว่าร้อยละ 50 ความคลาดเคลื่อนที่พบ คือ จากข้อความโจทย์ที่ว่า ผลบวกของอนุกรม  $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$  และ ผลบวกของอนุกรม  $\frac{2}{5} + \frac{2}{25} + \frac{2}{125} + \frac{2}{625} + \dots$  ตรงกับข้อใด นักเรียนตอบผิดร้อยละ 97.2 โดยนักเรียนดำเนินการคำนวณผิดพลาด คือ  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = 0$  และ  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{5^n} = 0$  โดยนักเรียนจะจำว่าการหาผลบวกของอนุกรมอนันต์คือการนำพจน์สุดท้ายมาหาลิมิต ซึ่งนักเรียนยังเข้าใจผิดและคิดว่า  $S_n$  เป็นพจน์สุดท้าย เมื่อพิจารณาจากตัวเลขในโจทย์จึงเข้าใจว่า  $\frac{1}{2^n}$  และ  $\frac{2}{5^n}$  เป็นพจน์สุดท้ายและนำมาหาลิมิต ซึ่งเป็นวิธีคิดที่ผิด และยังมีนักเรียนบางส่วนที่เข้าใจผิด โดยคิดว่า  $\lim_{n \rightarrow 0} S_n = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{2^n} = 1$  กับ  $\lim_{n \rightarrow 0} S_n = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{2}{5^n} = 2$  และ  $S_n = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 1$  กับ  $S_n = \frac{2}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{2}{3}$  เป็นการดำเนินการที่ถูกต้อง ซึ่งอาจเกิดจากการขาดความระมัดระวังในการคำนวณหรือทำผิดขั้นตอน เป็นการขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการดำเนินการ หรือการคำนวณผิดพลาด สอดคล้องกับผลการวิจัยของ อัมพร ม้าคะนอง (2536) ได้ศึกษาเรื่อง การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย และ สอดคล้องกับ ไช้มุก เลื่องสุนทร (2552) ได้ศึกษาเรื่อง การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1 พบว่า ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ ซึ่งนักเรียนมีมโนทัศน์ในเรื่องจำนวนที่ถูกต้องแต่นักเรียนขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณหรือความไม่รอบคอบของนักเรียนเป็นต้น

## 3. ด้านการตีความหมาย การใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ผิดพลาด

3.1 การประยุกต์ของลำดับและอนุกรม มี ในข้อที่นักเรียนทำผิดมากกว่าร้อยละ 50 ความคลาดเคลื่อนที่พบ ได้แก่

3.1.1 จากข้อความโจทย์ที่ว่า “ใน พ.ศ. 2550 อำเภอหนึ่งมีประชากร 60,000 คน ถ้าประชากรในอำเภอนี้เพิ่มขึ้นปีละ 2% สามารถหาจำนวนประชากรใน พ.ศ. 2565 ได้อย่างไร” และ “ใน พ.ศ. 2555 จังหวัดหนึ่งมีประชากร 90,000 คน ถ้าประชากรในจังหวัดนั้นเพิ่มขึ้นปีละ 3% สามารถหาจำนวนประชากรใน พ.ศ. 2570 ได้อย่างไร” พบว่า นักเรียนตอบผิดร้อยละ 86.1 และ 91.7 ตามลำดับ นักเรียนตีความโจทย์ดังกล่าวเป็น  $60,000(1.02)^{15}$  และ  $90,000(1.03)^{15}$  ซึ่งนักเรียนทำการนำตัวเลขที่โจทย์กำหนดไปแทนค่าในสูตรลำดับเรขาคณิต ซึ่งเป็นวิธีที่ผิด โดยนักเรียนไม่ได้ตีความหมายจากโจทย์ให้ดี ทำให้เกิดการคำนวณที่ผิดพลาด

3.1.2 จากข้อความโจทย์ที่ว่า “วัตถุหนึ่งตกลงมาจากที่สูง 12 ฟุต ถ้าทุกครั้งที่วัตถุตกกระทบพื้น จะกระดอนขึ้นเป็นระยะทาง 3 ใน 4 ของความสูงที่ตกลงมา สามารถหาระยะทางทั้งหมดที่วัตถุเคลื่อนที่ลงในแนวตั้งได้ตรงกับข้อใด” และ “ถ้าปล่อยลูกบอลจากความสูง 6 เมตร แล้วลูกบอลกระดอนขึ้นมา 75% ของความสูงเดิม ในแต่ละครั้ง สามารถหาระยะเคลื่อนที่ทั้งหมดในแนวตั้งของลูกบอล ได้ตรงกับข้อใด” พบว่า นักเรียนตอบผิดร้อยละ 77.8 ซึ่งนักเรียนตีความโจทย์ดังกล่าวเป็น  $\left(\frac{3}{4}\right) + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \dots$  และ  $\left(\frac{3}{4}\right) + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \dots$  โดยนักเรียนเข้าใจว่าเป็นนาระยะของความสูงมาเขียนให้อยู่ในรูปของอนุกรม โดยไม่ได้พิจารณาโจทย์ให้ดีซึ่งเป็นผลมาจากการที่นักเรียนขาดฝึกฝนการตีความจากโจทย์ที่มีความซับซ้อน สอดคล้องกับ พรธิดา สุขกรม (2557) ได้ศึกษาเรื่อง การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 และเขต 2 พบว่า สาเหตุของการ

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนประเภท การตีความหมายผิดอาจเนื่องมาจากการที่นักเรียนขาดการฝึกฝนในด้านการตีความโจทย์ที่อาจมีเนื้อหาซับซ้อนโดยไม่ได้ให้ข้อมูลที่ใช่แก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบโดยตรง จำเป็นที่นักเรียนจะต้องพิจารณาและตีความโจทย์อย่างละเอียด

## ข้อเสนอแนะในการวิจัย

### 1. ข้อเสนอแนะจากการวิจัย

ผลการวิจัยการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนธัญบุรี ของนักเรียน ตามลักษณะความคลาดเคลื่อน ซึ่งผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะแนวทางเพื่อเป็นประโยชน์ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

1. ผลการวิจัยครั้งนี้แสดงให้เห็นถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อบกพร่อง ทาง การเรียนคณิตศาสตร์ที่พบจากการวิจัยในเรื่อง ลำดับและอนุกรม ทั้ง 3 ด้าน ดังนี้

1.1 ข้อผิดพลาดด้านการบิดเบือนสัจพจน์ บทนิยามหรือทฤษฎีบท สูตร

1.2 ข้อผิดพลาดด้านการดำเนินการ หรือการคำนวณผิดพลาด

1.3 ข้อผิดพลาดด้านการตีความหมาย การใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ผิดพลาด

ดังนั้น ครูผู้สอนควรนำข้อบกพร่องทั้ง 3 ด้าน ที่เกิดขึ้นไปใช้ให้เกิดประโยชน์ต่อการจัดการเรียนการสอน โดยเน้นที่จุดบกพร่องดังกล่าว เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้อง

2. ครูควรนำมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่พบจากงานวิจัยนี้ มาวางแผนการจัดการเรียนการสอน เรื่อง ลำดับและอนุกรม เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจที่มาของแนวคิดที่ถูกต้องอย่างแท้จริง

### 2. ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการสร้างและพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนในช่วงชั้นหรือเนื้อหาอื่น ๆ เพื่อจะได้ทราบจุดบกพร่องและสามารถแก้ไขจุดบกพร่องนั้น โดยปรับปรุงและพัฒนาการสอนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

2. ควรขยายขอบเขตในการวิจัยให้กว้างขึ้น เพื่อให้ได้ผลการวิจัยที่ครอบคลุมยิ่งขึ้น

## เอกสารอ้างอิง

กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). แผนการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2560-2579. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว

กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย

ไข่มุก เลื่องสุนทร. (2552). การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

คมสันต์ เอ็นคะวัน. (2553). การพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาดุสิตธานี. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

ธรรารัตน์ แก้วพะเนาว์. (2553). การศึกษาลักษณะของความผิดและข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับอนันต์

- ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- พรธิดา สุขกรม. (2557). การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 และเขต 2. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2564). ผลคะแนนสอบ O-NET ปีการศึกษา 2563 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. สืบค้นวันที่ 1 เมษายน 2565, จาก <http://www.niets.or.th>.
- อัมพร ม้าคนอง. (2536). รายงานการวิจัย เรื่อง การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, คณะครุศาสตร์.
- Ahmad Kholiqul Amin. (2017). Diagnostic of Students' Difficulties in Solving Mathematics Problems Year 2015/2016. Indonesia: IKIP PGRI Bojonegoro.