

การวิจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนมัธยมนาคนาวาอุปถัมภ์

สำนักงานเขตสวนหลวง กรุงเทพมหานคร

Diagnosis of Misconceptions in Mathematics of Linear Equation of One Variable
for Students in Matthayomsueksa One at Matthayomnakhnawaupatham School
Suanluang District, Bangkok

ดาร์รัตน์ นามเกิด^{1*} และ วรณช ทยมแสง²

¹สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง ประเทศไทย

²คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง ประเทศไทย

*ผู้รับผิดชอบบทความ

Dararat Namkoed^{1*} and Woranuch Yamsang²

¹Mathematics Education, Faculty of Education,

Ramkhamhaeng University, Thailand

² Faculty of Education, Ramkhamhaeng University, Thailand

*Corresponding author: nu.kik2527@gmail.com

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนมัธยมนาคนาวาอุปถัมภ์ สำนักงานเขตสวนหลวง กรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนมัธยมนาคนาวาอุปถัมภ์ สำนักงานเขตสวนหลวง กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คนโดยได้มาจากสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster sampling) จากจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 5 ห้อง เครื่องมือที่ใช้ คือ แบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจำนวน 38 ข้อ เป็นแบบทดสอบแบบคู่ขนาน แบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก มีค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ .850 และหาค่าความสอดคล้องของการกระจายคำตอบของข้อสอบคู่ขนานจากการตอบข้อสอบทั้งสองครั้งด้วยสถิติ χ^2 (chi-square) การตอบคำถามวิจัยเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนนั้น วิเคราะห์จากการหาค่าร้อยละของคำตอบของนักเรียนแต่ละตัวเลือก และข้อที่มีนักเรียนตอบตัวเลือกที่ผิดมากกว่าหรือเกือบเท่ากับร้อยละ 50 จะถูกนำมาอภิปรายข้อผิดพลาด

ผลการวิจัยพบว่า (1) ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ วัดโดยใช้ข้อสอบจำนวน 6 ข้อ พบว่า มีข้อสอบอยู่ 2 ข้อ ที่มีจำนวนนักเรียนตอบผิดมากกว่าร้อยละ 50 และมีข้อสอบอยู่ 2 ข้อ ที่มีจำนวนนักเรียนตอบผิดประมาณร้อยละ 50 (2) ด้านการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ วัดโดยใช้ข้อสอบจำนวน 8 ข้อ พบว่า มีข้อสอบอยู่ 2 ข้อ ที่มี

จำนวนนักเรียนตอบผิดมากกว่าร้อยละ 50 และมีข้อสอบอยู่ 2 ข้อ ที่มีจำนวนนักเรียนตอบผิดประมาณร้อยละ 50 (3) ด้านการตีความด้านภาษา วัดโดยใช้ข้อสอบจำนวน 8 ข้อ พบว่า มีข้อสอบอยู่ 4 ข้อ ที่มีจำนวนนักเรียนตอบผิดประมาณร้อยละ 50 (4) ด้านการดำเนินการทางพีชคณิต วัดโดยใช้ข้อสอบจำนวน 10 ข้อ พบว่า มีข้อสอบอยู่ 6 ข้อ ที่มีจำนวนนักเรียนตอบผิดมากกว่าร้อยละ 50 และ (5) ด้านการสรุปคำตอบของปัญหา วัดโดยใช้ข้อสอบจำนวน 6 ข้อ พบว่า มีข้อสอบทั้ง 6 ข้อ ที่มีจำนวนนักเรียนตอบผิดมากกว่าร้อยละ 50

คำสำคัญ: การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน; สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว; แบบทดสอบวินิจฉัย

Abstract

The purpose of this research was to study misconceptions in mathematics linear equations of one variable for students in Matthayomsueksa one at Matthayomnaknawaupatham school in Suanluang District, Bangkok. The sample was 40 in 1 classroom Matthayomsueksa 1 students who studied in semester 2 of the academic year 2021 at Matthayomnaknawaupatham school in Suanluang District, Bangkok. They were selected by using cluster sampling from a total of 5 classrooms. The research instrument was the diagnostic test in learning of the linear equations of one variable. The diagnostic test comprised 38 items with four multiple-choice paralleled. The reliability was .850 and determine the consistency of the answer distribution of the parallel exams from the two test responses using statistics χ^2 (chi-square). Answering research questions about student misconceptions the percentage of student answers for each choice was analyzed. Questions in which more than or almost equal to 50 percent of the students answered the wrong choice was brought up for error discussion.

The results showed that (1) distortion of theorems, laws, formulas, definitions and properties were measured by using the exam 6 items, it was found that there were 2 items about more than 50 percent of students got wrong answered, and 2 questions about 50 percent of students got wrong answered, (2) using mathematical symbols were measured by using the exam 8 items, it was found that there were 2 items about more than 50 percent of students got wrong answered, and 2 questions about 50 percent of students got wrong answered, (3) language interpretation were measured by using the exam 8 items, it was found that there were 4 items about 50 percent of the students who answered incorrectly, (4) algebraic operations were measured by using the exam 10 items, it was found that there were 6 items about more than 50 percent of the students who answered incorrectly, and (5) no answer verification of solutions were measured by using the exam 6 items, it was found that there were 6 items about more than 50 percent of the students who answered incorrectly.

Keywords: Diagnosis of misconceptions; Linear equation of one variable; Diagnostic test

บทนำ

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีบทบาทสำคัญต่อการพัฒนาการคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, 5) นอกจากนี้วิชาคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ รวมไปถึงการปลูกฝังอบรม ให้นักเรียนมีคุณสมบัติ นิสสัย ทศนคติ และความสามารถทางสมองบางประการ เช่น ความเป็นคนช่างสังเกต การรู้จักคิดอย่างมีเหตุผลตลอดจนความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหา

แม้ว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญก็ตาม แต่การจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผ่านมาก็ยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร เห็นได้จากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้ขั้นพื้นฐาน (O-NET) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในปีการศึกษา 2563 ที่พบว่า นักเรียนทั่วประเทศได้คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์เพียง 25.46 คะแนนจากคะแนนเต็ม 100 คะแนน (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน), 2563) ซึ่งสาเหตุที่นักเรียนได้คะแนนต่ำกว่ามาตรฐานนั้น อาจเกิดได้จากหลายสาเหตุ แต่สาเหตุที่สำคัญอาจมาจากนักเรียนไม่เข้าใจในเนื้อหาวิชาหรือมีความเข้าใจที่ผิดพลาด เพราะความเข้าใจที่ผิดพลาดหรือมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน จะก่อให้เกิดปัญหาในการเรียนรู้มโนทัศน์ที่สูงขึ้นไป

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ดังนั้น การที่ครูทราบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องใดบ้าง ย่อมเป็นผลดีต่อการจัดการเรียนการสอน ซึ่งหากครูสามารถวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ ย่อมเป็นการค้นหาจุดบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ทางด้านความคิดความรู้และความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง สอดคล้องกับการศึกษาของ วิสารัตน์ วงศ์ภูรี (2556) และ น้ำผึ้ง บุญเกียรติ (2561) ที่สรุปเป็นแนวทางเดียวกัน ว่าการวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นการเก็บรวบรวมปัญหา อุปสรรค และข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นในการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อนำผลการวินิจฉัยนี้มาปรับปรุงและพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จึงมีความสำคัญอย่างยิ่งในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีความหมายและมีประโยชน์มากกว่าที่จะเป็นเพียงวิชาที่ว่าด้วยการคิดคำนวณเกี่ยวกับตัวเลข และการดำเนินการซ้ำ ๆ ผู้เรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ดีมักเป็นผู้ที่มีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์อย่างถ่องแท้ สามารถอธิบายความรู้เหล่านั้นได้อย่างชัดเจน และสามารถนำความรู้เหล่านั้นไปแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งการจะพัฒนาการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพนั้น ครูจำเป็นต้องทราบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือไม่ เกี่ยวกับเรื่องที่สอน เพื่อนำข้อมูลมาวิเคราะห์ข้อผิดพลาดพร้อมทั้งหาแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนให้เหมาะสมแก่นักเรียน จากเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องและเป็นแหล่งข้อมูลในการศึกษาค้นคว้าต่อไป

วัตถุประสงค์

เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนมัธยมนาคนาวาอุปถัมภ์ สำนักงานเขตสวนหลวง กรุงเทพมหานคร

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนมัธยมนาคนาวาอุปถัมภ์ สำนักงานเขตสวนหลวง กรุงเทพมหานคร ซึ่งกำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 5 ห้องเรียน มีนักเรียนทั้งหมด 218 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนมัธยมนาคนาวาอุปถัมภ์ สำนักงานเขตสวนหลวง กรุงเทพมหานคร จำนวน 1 ห้องเรียน จากจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 5 ห้อง จำนวน 40 คน โดยได้มาจากสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster sampling)

2. ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรที่ศึกษา คือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ ในเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แบ่งเป็น 5 ด้าน คือ ด้านที่ 1 ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ด้านที่ 2 ด้านการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 3 ด้านการตีความด้านภาษา ด้านที่ 4 ด้านการดำเนินการทางพีชคณิต และด้านที่ 5 ด้านการสรุปคำตอบของปัญหา

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้ทราบถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนมัธยมนาคนาวาอุปถัมภ์ สำนักงานเขตสวนหลวง กรุงเทพมหานคร
2. เพื่อนำไปปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เพื่อไม่ให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
3. เป็นแนวทางสำหรับผู้สนใจในการศึกษาและทำวิจัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่น ๆ ต่อไป

วิธีดำเนินการวิจัย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจำนวน 38 ข้อ เป็นแบบทดสอบแบบคู่ขนาน แบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก โดยมีขั้นตอนในการสร้าง ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และคู่มือครูหนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) และเอกสารอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์

2. วิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลาง

การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) เพื่อนำไปสู่การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

3. ศึกษาลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และลักษณะของข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

4. สร้างตารางวิเคราะห์เนื้อหาเกี่ยวกับลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยแบ่งเป็น 5 ด้าน คือ

ด้านที่ 1 ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

ด้านที่ 2 ด้านการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ด้านที่ 3 ด้านการตีความด้านภาษา

ด้านที่ 4 ด้านการดำเนินการทางพีชคณิต

ด้านที่ 5 ด้านการสรุปคำตอบของปัญหา

5. สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ตามโครงสร้างที่กำหนดไว้ โดยสร้างเป็นแบบทดสอบวินิจฉัยแบบปรนัย ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ ซึ่งเป็นแบบทดสอบคู่ขนาน

6. นำแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อตรวจสอบและขอคำแนะนำเพื่อปรับปรุงข้อสอบ

7. นำแบบทดสอบไปปรับปรุงแก้ไขตามที่อาจารย์ที่ปรึกษาให้คำแนะนำ และนำไปเสนอผู้เชี่ยวชาญทางด้านเนื้อหา 3 ท่านตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) พิจารณาค่า IOC ซึ่งพบว่าข้อสอบมีค่า IOC อยู่ในช่วง 0.67 – 1.00

8. ปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แล้วนำไปทดลองใช้กับกลุ่มนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง (try-out) ซึ่งเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มาแล้ว จำนวน 105 คน โดยใช้เวลาในการสอบ 40 นาที

9. นำแบบทดสอบที่นำไปทดลองใช้มาตรวจวิเคราะห์คุณภาพ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป และคัดเลือกข้อสอบที่ตรงตามเกณฑ์คุณภาพ ดังนี้

9.1 ค่าความสอดคล้องของการกระจายคำตอบของแบบทดสอบคู่ขนาน โดยใช้ χ^2 (chi-square) พบว่า ค่าความสอดคล้องของการกระจายคำตอบของข้อสอบคู่ขนานจากการตอบข้อสอบทั้งสองครั้ง มี 1 คู่ที่มีค่า Sig ต่ำกว่า .05 ผู้วิจัยจึงตัดข้อสอบออก 1 คู่ คือ ข้อที่ 17 และข้อคู่ขนานข้อที่ 37 (Sig < 0.05) จึงเหลือข้อสอบที่ใช้ได้จำนวน 19 คู่ (38 ข้อ)

9.2 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ ด้วยการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) จำนวน 19 คู่ (38 ข้อ) และมีเนื้อหาสาระครอบคลุมด้านมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทั้ง 5 ด้าน มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ .850

10. ปรับปรุงแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ฉบับสมบูรณ์ โดยคัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์ จัดทำเป็นแบบทดสอบคู่ขนาน 1 ฉบับ ที่มีข้อสอบอยู่จำนวน 38 ข้อ สำหรับนำไปใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่าง

2. การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนมัธยมนาคนาวาอุปถัมภ์ สำนักงานเขตสวนหลวง กรุงเทพมหานคร
2. วางแผนการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยผู้วิจัยได้ติดต่อนักเรียนกลุ่มตัวอย่างเพื่อนัดแนะวันเวลา และสถานที่สำหรับการเก็บรวบรวมข้อมูล
3. ดำเนินการจัดพิมพ์ข้อสอบ
4. นำแบบทดสอบไปดำเนินการสอบกับกลุ่มตัวอย่าง โดยแจ้งวัตถุประสงค์ อธิบายและชี้แจงแนวทางการเข้าสอบให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทุกคนเข้าใจ เพื่อให้ได้ผลตามความเป็นจริง แล้วดำเนินการสอบ
5. นำผลการทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนทำการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3. การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 5 ด้าน ประกอบด้วย (1) ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (2) ด้านการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (3) ด้านการตีความด้านภาษา (4) ด้านการดำเนินการทางพีชคณิต และ (5) ด้านการสรุปคำตอบของปัญหา สถิติที่นำมาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ความถี่ และร้อยละของนักเรียนที่เลือกตอบแต่ละตัวเลือกของแต่ละข้อ

สรุปผลการวิจัย

ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนจากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยในด้านต่าง ๆ ปรากฏดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 1

ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนจากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยในด้านต่าง ๆ

ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	จำนวนข้อสอบที่วัด	จำนวนข้อสอบที่นักเรียนตอบผิดพลาดมากกว่าร้อยละ 50
ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ	6	4
ด้านการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์	8	4
ด้านการตีความด้านภาษา	8	4
ด้านการดำเนินการทางพีชคณิต	10	6
ด้านการสรุปคำตอบของปัญหา	6	6

จากตาราง 1 ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนมัธยมนาคนาวาอุปถัมภ์ สำนักงานเขตสวนหลวง กรุงเทพมหานคร มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านต่าง ๆ ดังนี้

1. ด้านการปิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ วัดโดยใช้ข้อสอบจำนวน 3 คู่ (6 ข้อ) พบว่า มีข้อสอบอยู่ 1 คู่ (2 ข้อ) ที่มีจำนวนนักเรียนตอบผิดมากกว่าร้อยละ 50 และมีข้อสอบอยู่ 1 คู่ (2 ข้อ) ที่มีจำนวนนักเรียนตอบผิดประมาณร้อยละ 50
2. ด้านการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ วัดโดยใช้ข้อสอบจำนวน 4 คู่ (8 ข้อ) พบว่า มีข้อสอบอยู่ 1 คู่ (2 ข้อ) ที่มีจำนวนนักเรียนตอบผิดมากกว่าร้อยละ 50 และมีข้อสอบอยู่ 1 คู่ (2 ข้อ) ที่มีจำนวนนักเรียนตอบผิดประมาณร้อยละ 50
3. ด้านการตีความด้านภาษา วัดโดยใช้ข้อสอบจำนวน 4 คู่ (8 ข้อ) พบว่า มีข้อสอบอยู่ 2 คู่ (4 ข้อ) ที่มีจำนวนนักเรียนตอบผิดประมาณร้อยละ 50
4. ด้านการดำเนินการทางพีชคณิต วัดโดยใช้ข้อสอบจำนวน 5 คู่ (10 ข้อ) พบว่า มีข้อสอบอยู่ 3 คู่ (6 ข้อ) ที่มีจำนวนนักเรียนตอบผิดมากกว่าร้อยละ 50
5. ด้านการสรุปคำตอบของปัญหา วัดโดยใช้ข้อสอบจำนวน 3 คู่ (6 ข้อ) พบว่า มีข้อสอบทั้ง 3 คู่ (6 ข้อ) ที่มีจำนวนนักเรียนตอบผิดมากกว่าร้อยละ 50

อภิปรายผล

จากการวิเคราะห์หัตถ์โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนมัธยมขนาดนาอูปลั้มภัก สำนักงานเขตสวนหลวง กรุงเทพมหานคร อภิปรายผลได้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการปิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ โดยในข้อที่นักเรียนทำผิดมากกว่าร้อยละ 50 คือ เรื่องเกี่ยวกับลักษณะของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ความคลาดเคลื่อนที่พบ คือ นักเรียนเข้าใจว่า $x(x + 3) = 6$ และ $y(y + 7) = 10$ เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยนักเรียนไม่ได้เข้าใจถึงสมบัติการแจกแจง เพราะเมื่อนำตัวแปรเข้าไปคูณในวงเล็บจะทำให้ตัวแปรนั้นมีเลขชี้กำลังเป็น 2 ซึ่งจะทำให้สมการนี้ไม่เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ยังมีนักเรียนที่เข้าใจว่า $x^2 = 16$ และ $y^2 = 25$ หรือ $x^2 - 3 = 5$ และ $x^2 - 2 = 0$ เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพราะนักเรียนมองเห็นว่ามีตัวแปรเพียงแค่ตัวเดียวจึงมีความเข้าใจว่าเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และนักเรียนที่เข้าใจว่า $5z - 7 \neq 13$ และ $6z - 3 \neq 9$ เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพราะนักเรียนมองแค่มีตัวแปรเพียงตัวเดียวแต่ประโยคสัญลักษณ์นี้ไม่มีเครื่องหมายเท่ากับ (=)

ซึ่งเป็นการขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับ บทนิยาม และสมบัติต่าง ๆ สอดคล้องกับผลวิจัยของ Yansa H., Retnawati H., and Janna M. (2021, abstract) ได้ศึกษาเรื่อง ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในพื้นฐานพีชคณิตเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความเข้าใจผิดหลายอย่างเกี่ยวกับพื้นฐานพีชคณิต เช่น เลขชี้กำลังของสมการตัวแปร สมประสิทธิ์ และค่าคงที่ นอกจากนี้นักเรียนยังมีข้อผิดพลาดในการระบุตัวแปรที่ส่งผลให้เกิดข้อผิดพลาดในการระบุรูปแบบทั่วไปของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และสอดคล้องกับงานวิจัยของ ธีศวินทร์ ยิ้มละมัย (2557, บทคัดย่อ) ศึกษาเรื่องการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการอุดมศึกษา กรุงเทพมหานคร พบว่า กลุ่มตัวอย่างมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องการสับสนด้านทฤษฎีบท กฎ บทนิยามและสมบัติมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 27.30 โดยความคลาดเคลื่อนที่พบคือ นักเรียนไม่มีความรู้ความเข้าใจทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตลอดจนทฤษฎีพื้นฐานที่ใช้ประกอบการคิดเพื่อนำไปต่อยอดเพื่อหาคำตอบได้

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยในข้อที่นักเรียนทำผิดมากกว่าร้อยละ 50 คือ เรื่องเกี่ยวกับการเขียนข้อความให้อยู่ในรูปนิพจน์พีชคณิต ความคลาดเคลื่อนที่พบ ได้แก่

2.1 จากข้อความโจทย์ที่ว่า “จำนวนซึ่งมากกว่า a อยู่ 250” และ “จำนวนซึ่งมากกว่า y อยู่ 130” มีนักเรียน เข้าใจคลาดเคลื่อน โดยระบุว่าข้อความดังกล่าวคือนิพจน์พีชคณิตที่เป็น $250 - a$ และ $130 - y$ ตามลำดับ หรือ $a - 250$ และ $y - 130$ ตามลำดับ โดยนักเรียนมีความเข้าใจว่า การใช้คำว่ามากกว่า คือเป็นการลบเท่านั้น และยังมีนักเรียนเข้าใจว่า ข้อความที่โจทย์กำหนดให้ดังกล่าวเป็นนิพจน์พีชคณิตเป็น $a > 250$ และ $y > 130$ ตามลำดับ โดยนักเรียนยังขาดความเข้าใจ ในการใช้การเขียนนิพจน์พีชคณิตและเมื่อเห็นคำว่ามากกว่าจึงใช้เครื่องหมายมากกว่า ($>$)

2.2 จากข้อความโจทย์ที่ว่า “หกเท่าของผลบวกของ m กับ 35” และ “สามเท่าของผลบวกของ y กับ 16” นักเรียนตีความหมายของข้อความทั้ง 2 ข้อความนี้ไม่ถูกต้องถึงร้อยละ 60 และ ร้อยละ 40 ตามลำดับ นิพจน์พีชคณิตที่ นักเรียนตอบเพราะตีความผิดมี 3 แบบ คือ (1) นักเรียนตีความโจทย์ดังกล่าวเป็น $6m + 35$ และเป็น $3y + 16$ ตามลำดับ โดยนักเรียนนำไปคูณกันโดยไม่ได้ใส่วงเล็บของผลบวกของจำนวนก่อน (2) มีนักเรียนที่ตีความหมายของโจทย์ 2 ข้อความนี้ เป็นนิพจน์พีชคณิตว่า $m + 35$ และ $y + 16$ ตามลำดับ โดยนักเรียนลืมการเขียนผลคูณ และ (3) นักเรียนตีความโจทย์ 2 ข้อความนี้เป็นนิพจน์ $6 + (m \times 35)$ และ $3 + (y \times 16)$ ตามลำดับ โดยนักเรียนเขียนนิพจน์พีชคณิตโดยไม่เข้าใจความหมาย โจทย์

ซึ่งเป็นการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนประโยคหรือข้อความที่โจทย์ กำหนดมาให้ไม่ถูกต้องหรือใช้ไม่ตรงกับ ความหมายของสัญลักษณ์นั้น ๆ สอดคล้องกับ ผลการวิจัยของ Aydin-Guc, F. and Aygün, D. (2021, abstract) ศึกษา เรื่อง ข้อผิดพลาดและความเข้าใจผิดของนักเรียนเกรด 8 เกี่ยวกับการดำเนินการกับนิพจน์เกี่ยวกับพีชคณิต มีวัตถุประสงค์ เพื่อตรวจสอบข้อผิดพลาดของนักเรียนในการดำเนินการเกี่ยวกับนิพจน์พีชคณิต โดยดำเนินการวิจัยแบบกรณีศึกษา ซึ่งเป็น หนึ่งในรูปแบบการวิจัยเชิงคุณภาพ ผู้เข้าร่วมประกอบด้วย 48 คน ผลการวิจัยพบว่า ความเข้าใจผิดที่พบบ่อยที่สุดคือ เครื่องหมายลบของนิพจน์พีชคณิต และนักเรียนครึ่งหนึ่งมีความเข้าใจผิดนี้ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ ไช่มุก เลื่องสุนทร (2552, บทคัดย่อ) ศึกษาเรื่อง การศึกษามโนทัศน์ที่ความเคลื่อน เกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียน สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 402 คน ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการทำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง จำนวน ด้านการใช้ ข้อมูลผิด ด้านการตีความด้านภาษา

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการตีความด้านภาษา โดยในข้อที่นักเรียนทำผิดประมาณร้อยละ 50 คือ เรื่องเกี่ยวกับการตีความจากโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง ความคลาดเคลื่อนที่พบ ได้แก่

3.1 จากข้อความโจทย์ที่ว่า “สามเท่าของผลบวกของจำนวนหนึ่งกับเจ็ดคือ 42 จงหาจำนวนนั้น” และ “สองเท่า ของผลบวกของจำนวนหนึ่งกับหก คือ 26 จงหาจำนวนนั้น” นักเรียนตีความหมายของข้อความทั้ง 2 ข้อความนี้ไม่ถูกต้องถึง ร้อยละ 60 และ ร้อยละ 45 ตามลำดับ ประโยคสัญลักษณ์ที่นักเรียนตอบเพราะตีความจากโจทย์ไม่ถูกต้องมี 3 แบบ คือ นักเรียนตีความโจทย์ดังกล่าวเป็น $3x + 7 = 42$ และ $2x + 6 = 26$ ตามลำดับ โดยนักเรียนนำไปคูณกันโดยไม่ได้ใส่วงเล็บ ของผลบวกของจำนวนก่อน และแบบที่สองนักเรียนตีความหมายของโจทย์ 2 ข้อความนี้เป็นประโยคสัญลักษณ์ว่า $7(x + 3) = 42$ และ $6(x + 2) = 26$ ตามลำดับ โดยนักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์โดยไม่ได้พิจารณาความหมายโจทย์ และแบบที่สาม นักเรียนเข้าใจว่า $x + 21 = 42$ และ $x + 13 = 42$ ตามลำดับ เป็นประโยคสัญลักษณ์ของโจทย์ทั้งสองดังกล่าว โดยนักเรียน ลืมการเขียนผลคูณ

3.2 จากข้อความโจทย์ที่ว่า “เก้าเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งบวกกับ 4 มีค่าเท่ากับ 40” และ “หกเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งบวกกับสาม มีค่าเท่ากับ 21” นักเรียนตีความหมายของข้อความทั้ง 2 ข้อความนี้ไม่ถูกต้องถึงร้อยละ 50 และ ร้อยละ 47.5 ตามลำดับ ประโยคสัญลักษณ์ที่นักเรียนตอบเพราะตีความจากโจทย์ไม่ถูกต้องมี 3 แบบ คือแบบที่หนึ่ง นักเรียนตีความโจทย์ดังกล่าวเป็นประโยคสัญลักษณ์ $9(x + 4) = 40$ และ $6(x + 3) = 21$ ตามลำดับ โดยนักเรียนมีความเข้าใจว่า จะต้องหาผลบวกก่อนแล้วจึงค่อยทำการคูณ แบบที่สองนักเรียนตีความหมายของโจทย์ 2 ข้อความนี้เป็นประโยคสัญลักษณ์ว่า $x + 4 = 40$ และ $x + 3 = 21$ ตามลำดับ โดยนักเรียนลืมการเขียนผลคูณ และแบบที่สามนักเรียนที่เข้าใจว่า $36 + x = 40$ และ $18 + x = 21$ ตามลำดับ เป็นประโยคสัญลักษณ์ของโจทย์ เพราะนักเรียนนำตัวเลขจากข้อความของโจทย์มาคูณกัน

ซึ่งเป็นการตีความจากโจทย์ปัญหาเป็น ประโยคสัญลักษณ์ที่ไม่ถูกต้อง สอดคล้องกับผลการวิจัยของ Gunawardena Egodawatte (2011, abstract) ศึกษาเรื่อง ความเข้าใจผิดในพีชคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เป็นการศึกษาเพื่อตรวจสอบข้อผิดพลาดและความเข้าใจผิดในพีชคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาเพื่อค้นหาลักษณะและที่มาของข้อผิดพลาด การศึกษาใช้การออกแบบการวิจัยแบบผสมผสาน กับกลุ่มตัวอย่างนักเรียนเกรด 11 ในโรงเรียนมัธยมในออนแทรีโอ การทดสอบมีคำถามจากสี่ประเด็นหลักของพีชคณิต คือ ตัวแปร นิพจน์พีชคณิต สมการ และโจทย์ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนขาดความเข้าใจทฤษฎี การเขียนนิพจน์พีชคณิต จึงเป็นปัญหาในการแก้สมการให้ถูกต้องและการที่จะแปลความหมายจากประโยคภาษาออกมาเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างถูกต้อง และสอดคล้องกับงานวิจัยของ น้ำผึ้ง บุญยเกียรติ (2561, บทคัดย่อ) ศึกษาเรื่อง มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา กรุงเทพมหานคร ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียน เรื่องสมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ข้อผิดพลาดในการตีความจากโจทย์ พบนักเรียนมีมโนทัศน์ ที่คลาดเคลื่อนเฉลี่ยร้อยละ 47.33 และสอดคล้องกับงานวิจัยของทัศนีย์ อินธิเดช (2555, บทคัดย่อ) ทำการศึกษาเรื่องการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยมหาสารคาม โดยผลการวิจัยพบว่า รูปแบบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่พบคือการตีความด้านภาษา สาเหตุคือขาดทักษะด้านการแปลความจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ ขาดทักษะกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา

4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการดำเนินการทางพีชคณิต โดยในข้อที่นักเรียนทำผิดมากกว่าร้อยละ 50 คือ เรื่องเกี่ยวกับการขาดความเข้าใจในการดำเนินการทางพีชคณิต และแก้สมการโดยการนำสมบัติการเท่ากันมาใช้ในการหาคำตอบของสมการ ความคลาดเคลื่อนที่พบ ได้แก่

4.1 จากข้อความโจทย์ในการใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก ความคลาดเคลื่อนที่พบ คือ นักเรียนมีความเข้าใจผิดในการใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกมี 3 แบบ คือ แบบแรกนักเรียนที่เข้าใจว่า $3y = 15$ จะได้ว่า $y = 5$ และ $4a = 24$ จะได้ว่า $a = 6$ โดยนักเรียนคำนึงถึงแค่คำตอบของสมการว่าถูกต้องแต่ไม่ได้พิจารณาว่าไม่ได้ใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกในการหาคำตอบ แบบที่สองนักเรียนเข้าใจผิดว่า $x - 7 = 15$ จะได้ว่า $x = 8$ และ $x - 9 = 11$ จะได้ว่า $x = 2$ โดยนักเรียนนำตัวเลขทางด้านซ้ายมาลบกับตัวเลขทางด้านขวา และแบบที่สามนักเรียนเข้าใจว่า $2x = 30$ จะได้ว่า $x = 60$ และ $5x = 30$ จะได้ว่า $x = 150$ โดยนักเรียนนำตัวเลขทางด้านซ้ายไปคูณกับตัวเลขทางด้านขวา

4.2 จากข้อความโจทย์ที่ว่า “ข้อใดเป็นการแก้สมการ $3x + 8 = 23$ ” และ “ข้อใดเป็นการแก้สมการ $2y + 6 = 18$ ” มีนักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อนโดยสมบัติของการเท่ากันไม่ถูกต้อง คือ นำ 3 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ แล้วบวกด้วย (-8) ทั้งสองข้างของสมการ และ นำ 2 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ แล้วบวกด้วย (-6) ทั้งสองข้างของสมการ หรือ นำ (-8) มาบวก

ทั้งสองข้างของสมการ แล้วนำ 3 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ และ นำ (-6) มาบวกทั้งสองข้างของสมการแล้วนำ 2 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ หรือ นำ $\frac{1}{8}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ แล้วบวกด้วย (-3) ทั้งสองข้างของสมการ และ นำ $\frac{1}{6}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ แล้ว บวกด้วย (-2) ทั้งสองข้างของสมการ ตามลำดับ โดยนักเรียนใช้สมบัติของการเท่ากันไม่ถูกต้องในการหาคำตอบของสมการ

4.3 จากข้อความโจทย์ที่ว่า “จากสมการ $3a - 7 = 17$ ค่า a ตรงกับข้อใด” และ “จากสมการ $2a - 6 = 12$ ค่า a ตรงกับข้อใด” มีนักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อนโดยสมบัติของการเท่ากันไม่ถูกต้อง คือ $\frac{17}{3} + 17$ และ $\frac{12}{2} + 6$ โดยนักเรียนใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณก่อนซึ่งไม่ได้ทำตามลำดับการดำเนินการที่ถูกต้อง และยังมีนักเรียนที่เข้าใจผิดว่า $\frac{17}{3} - 17$ และ $\frac{12}{2} - 6$ หรือ $(17 + 7) \times 3$ และ $(12 + 6) \times 2$ โดยนักเรียนใช้สมบัติของการเท่ากันไม่ถูกต้อง

ซึ่งเป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการขาดความเข้าใจในการดำเนินการทางพีชคณิต ขาดความระมัดระวังในการคำนวณ ทำผิดขั้นตอน และไม่สามารถนำสมบัติการเท่ากันมาใช้ในการหาคำตอบของสมการได้ สอดคล้องกับผลการวิจัยของ Mbewet. Luka (2013, abstract) ทำการศึกษาเรื่อง ความเข้าใจผิดและความคลาดเคลื่อนในพีชคณิตของนักเรียนเกรด 11 ผลการวิจัยพบว่า ความเข้าใจผิดของนักเรียนในการดำเนินการของพีชคณิตเกิดจากการขาดความเข้าใจในหลักคณิตเบื้องต้น ขาดความเข้าใจในการดำเนินการทางพีชคณิต ผลการศึกษายังพบว่าความเข้าใจผิดนั้นเกิดขึ้นบ่อยครั้ง และสอดคล้องกับงานวิจัยของ น้ำผึ้ง บุญเกียรติ (2561, บทคัดย่อ) ศึกษาเรื่อง มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา กรุงเทพมหานคร ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียน เรื่องสมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 บกพร่องจากขั้นตอนการดำเนินการพบนักเรียนที่มีมโนทัศน์คลาดเคลื่อนเฉลี่ยร้อยละ 46.08

5. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการสรุปคำตอบของปัญหาโดยในข้อที่นักเรียนทำผิดมากกว่าร้อยละ 50 คือ หาคำตอบของสมการโดยไม่ได้คำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ ความคลาดเคลื่อนที่พบ ได้แก่

5.1 จากโจทย์ในการหาคำตอบของสมการ มีนักเรียนเข้าใจว่า $x = -45$ เป็นคำตอบของสมการ $\frac{x}{5} = 9$ หรือ $x = -32$ เป็นคำตอบของสมการ $\frac{x}{4} = 8$ หรือ $a = 13$ เป็นคำตอบของสมการ $-2 = -15 - m$ หรือ $y = 8$ เป็นคำตอบของสมการ $-12 = -20 - y$ หรือ $y = 13$ เป็นคำตอบของสมการ $-24y = 168$ และ $m = 9$ เป็นคำตอบของสมการ $-8m = 108$ นักเรียนเลือกตอบโดยไม่ได้คำนึงถึงหลักการหาผลลบ ผลคูณ และผลหารของจำนวนเต็มและไม่คำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

5.2 จากข้อความโจทย์ที่ว่า “สองในสามของจำนวนจำนวนหนึ่งมีค่าเท่ากับ 60 จงหาจำนวนนั้น” และ “สามในสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งมีค่าเท่ากับ 120 จงหาจำนวนนั้น” มีนักเรียนเข้าใจว่าคำตอบคือ 20 และ 30 ตามลำดับ โดยนักเรียนนำ 3 ไปหาร 60 และนำ 4 ไปหาร 120 ซึ่งคำตอบที่ได้มาเมื่อนำไปตรวจสอบคำตอบจะพบว่าไม่สมเหตุสมผล และยังมีนักเรียนที่เข้าใจว่าคำตอบคือ 30 และ 40 ตามลำดับ โดยนักเรียนนำแค่ 2 ไปหาร 60 และนำแค่ 3 ไปหาร 120 เท่านั้น ซึ่งคำตอบที่ได้มาเมื่อนำไปตรวจสอบคำตอบจะพบว่าไม่สมเหตุสมผล และนักเรียนที่เข้าใจว่าคำตอบคือ 40 และ 90 ตามลำดับ โดยนักเรียนคำนวณผิดและขาดการตรวจสอบคำตอบว่าสมเหตุสมผลหรือไม่

5.3 จากข้อความโจทย์ที่ว่า “ฝ้ายเลี้ยงไก่ไว้ 35 ตัว เลี้ยงเป็ด x ตัว รวมเป็ดและไก่ได้ทั้งหมด 80 ตัว ดังนั้น ฝ้ายเลี้ยงเป็ดมากกว่าไก่กี่ตัว” และ “กูกไก่ขายส้มกับฝรั่งรวมกัน 45 กิโลกรัม ถ้ากูกไก่ขายส้ม 13 กิโลกรัม อยากทราบว่ากูกไก่ขาย

ฝรั่งมากกว่าส้มก็กิโกรัม” มีนักเรียนเข้าใจว่าคำตอบคือ 115 ตัว และ 58 กิโลกรัมตามลำดับ โดยนักเรียนนำตัวเลขที่เห็นในโจทย์มาบวกกันโดยไม่คำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ และยังมีนักเรียนที่เข้าใจว่าคำตอบคือ 45 ตัว และ 32 กิโลกรัมตามลำดับ โดยนักเรียนหาคำตอบแค่จำนวนของเป็ดและจำนวนฝรั่งตามลำดับ แต่ไม่ได้ตรวจสอบว่าสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ เลี้ยงเป็ดมากกว่าไก่กี่ตัว และขายฝรั่งมากกว่าส้มก็กิโกรัม และนักเรียนที่เข้าใจว่าคำตอบคือ 35 ตัว และ 13 กิโลกรัมตามลำดับ โดยนักเรียนนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาเป็นคำตอบ โดยไม่ได้คำนวณและคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ซึ่งเป็นข้อผิดพลาดเกิดจากคั่นหาคำตอบของสมการโดยไม่ได้อ่านถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้สอดคล้องกับผลการวิจัยของ Amawa I. M., Yerizon and S. Nita (2019, abstract) ศึกษาเรื่อง ข้อผิดพลาดและความคลาดเคลื่อนในความเข้าใจพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ประสบปัญหาในการเรียนรู้พีชคณิต ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่าค่าเฉลี่ยของนักเรียนที่ไม่สามารถเข้าใจปัญหาของโจทย์ คิดเป็น 6.61% ขึ้นวางแผนแก้ปัญหา คิดเป็น 28.40% ขึ้นดำเนินการตามแผน คิดเป็น 26.7% และ ขึ้นตรวจสอบวิธีแก้ปัญหา คิดเป็น 89.23% ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ธีศวินทร์ ยิ้มละมัย (2557, บทคัดย่อ) ศึกษาเรื่อง การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา กรุงเทพมหานคร พบว่า มโนทัศน์ ที่คลาดเคลื่อนด้านการสรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี คิดเป็นร้อยละ 23.58 โดยส่วนใหญ่ พบว่า ถึงแม้ว่านักเรียนจะมีความเข้าใจในกระบวนการคิด การคำนวณ แต่ยังไม่มีความเข้าใจในด้านการสรุปผลที่ถูกต้อง จึงนับว่าเป็นอุปสรรคที่สำคัญต่อการแสวงหาคำตอบที่แท้จริง โดยนักเรียนมักจะเลือกตอบคำตอบที่คิดได้ในกรณีแรก โดยไม่ให้ความสนใจกับข้อคำถามที่โจทย์ให้และคำตอบถูกที่เป็นไปได้อื่น ๆ

ข้อเสนอแนะในการวิจัย

1. ข้อเสนอแนะจากการวิจัย

ผลการวิจัยการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนมัธยมขนาดนาอูปลัมภ์ สำนักงานเขตสวนหลวง กรุงเทพมหานครทำให้ผู้วิจัยได้พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะแนวทางเพื่อเป็นประโยชน์ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

1. ผลการวิจัยครั้งนี้แสดงให้เห็นถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่พบจากการวิจัยในเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้

- 1.1 ข้อผิดพลาดด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ
- 1.2 ข้อผิดพลาดในการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
- 1.3 ข้อผิดพลาดในการตีความด้านภาษา
- 1.4 ข้อผิดพลาดด้านการดำเนินการทางพีชคณิต
- 1.5 ข้อผิดพลาดด้านการสรุปคำตอบของปัญหา

ดังนั้น ผู้สอนควรใช้ข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นเหล่านี้เป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนการสอน โดยเน้นจุดบกพร่องดังกล่าว เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจที่ถูกต้อง และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการเรียนเรื่องอื่น ๆ ได้

2. ครูควรนำมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่พบจากงานวิจัยนี้ ใช้เป็นแนวทางในการเรียนการสอน เพื่อจะได้ช่วยลดปัญหาในการเรียนการสอนและสร้างความเข้าใจที่ถูกต้องให้กับนักเรียน

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนเนื้อหาอื่น ๆ เพื่อปรับปรุงพัฒนาการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น
2. ควรขยายขอบเขตในการวิจัยให้กว้างขึ้น เพื่อให้ได้ผลการวิจัยที่ครอบคลุมยิ่งขึ้น

เอกสารอ้างอิง

- ไข่มุก เลื่องสุนทร. (2552). การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทัศนีย์ อินธิเดช. (2555). การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยมหาสารคาม. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- ธศวินทร์ ยิ้มละมัย. (2557). การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- น้ำผึ้ง บุญเกียรติ. (2561). การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- วิสารัตน์ วงศ์ภูรี. (2556). การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยจุดบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สาระที่ 4 พีชคณิต เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาด้วยสมการ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ(องค์การมหาชน). (2563). ผลคะแนนสอบ O-NET ปีการศึกษา 2563 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ค้นเมื่อ 10 มกราคม 2565, จาก<http://www.newonetestresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/School/ReportSchoolReportSc.aspx?mi=2>.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพเส้นทางสู่ความสำเร็จ*. กรุงเทพฯ: 3 – คิวมีเดีย.
- Arnawa, I. M., Yerizon, & Nita, S. (2019). Errors and misconceptions in learning elementary linear algebra. *Journal of Physics: Conference Series*, 1321. Retrieved January 15, 2015, from <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1321/2/022095>.
- Aydin-Guc, F., & Aygun, D. (2021). Errors and misconceptions of eighth-grade students regarding operations with algebraic expressions. *International Online Journal of Education and Teaching (IOJET)*, 8(2), 1106-1126.
- Gunawardena, E. (2011). *Secondary school students' misconceptions in algebra*. Unpublished doctoral thesis, University of Toronto, Ontario, Canada.

Mbewe, T. L. (2013). *Misconceptions and errors in algebra at grade 11 level: The case of two selected secondary schools in Petauke district*. Unpublished master's thesis, The university of Zambia, Lusaka.

Yansa, H., Retnawati, H., & Janna, M. (2021). Misconceptions of basic algebra on linear equation in one variable material. *Journal of Physics: Conference Series*, 1882. Retrieved January 15, 2015, from <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1882/1/012091>.