

การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์
เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
เครือข่ายพัฒนาคุณภาพการศึกษาป่าพะยอม

A STUDY OF MATHEMATICAL MISCONCEPTIONS ON FRACTIONS AMONG GRADE 6
STUDENTS IN THE PA PHAYOM EDUCATIONAL QUALITY DEVELOPMENT NETWORK

ณรงค์ศักดิ์ รัตนพิบูลย์^{1*} และ อุไร ชีรัมย์²

¹สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง ประเทศไทย

²คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง ประเทศไทย

*ผู้รับผิดชอบบทความ

Narongsak Rattanapibool^{1*} and Urai Siram²

¹Mathematics Education, Faculty of Education,
Ramkhamhaeng University, Thailand

² Faculty of Education, Ramkhamhaeng University, Thailand

*Corresponding author: narongsak.rattanapibool@gmail.com

บทคัดย่อ

การศึกษาวิจัยครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เครือข่ายพัฒนาคุณภาพการศึกษาป่าพะยอม โดยกลุ่มที่ศึกษา คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในเครือข่ายพัฒนาคุณภาพการศึกษาป่าพะยอม เขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาพัทลุง เขต 1 จังหวัดพัทลุง ประจำปีการศึกษา 2568 จำนวน 246 คน จากทั้งหมด 360 คน โดยได้มาจากการสุ่มแบบชั้นภูมิ (stratified random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน คือ แบบวินิจฉัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อใช้ในการวิเคราะห์หามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยเป็นแบบทดสอบคู่ขนานชนิดปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ เพื่อนำไปวิเคราะห์หามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ทั้ง 3 ด้าน ประกอบด้วย ด้านที่หนึ่ง ด้านการเข้าใจแนวคิด ด้านที่สอง ด้านการตีความ และด้านที่สาม ด้านดำเนินการและการคำนวณ

ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ 3 ด้าน สรุปได้ดังนี้ 1. ด้านการเข้าใจแนวคิด โดยมีความคลาดเคลื่อนคิดเป็นร้อยละ 64.63 ความคลาดเคลื่อนที่พบคือ นักเรียนมีแนวคิดที่พิเศษเกินเป็นเศษส่วนที่มีตัวเศษมากกว่าตัวส่วนเท่านั้น แต่นักเรียนขาดความเข้าใจว่า “เศษเกินเป็นเศษส่วนที่มีตัวเศษเท่ากับตัวส่วน” ด้วย 2. ด้านการตีความ โดยมีความคลาดเคลื่อนคิดเป็นร้อยละ 91.06 ความคลาดเคลื่อนที่พบคือ นักเรียน

ขาดความเข้าใจในแนวคิดเกี่ยวกับคุณสมบัติและบทนิยามของเศษเกิน 3. ด้านดำเนินการและการคำนวณ โดยมีความคลาดเคลื่อนคิดเป็นร้อยละ 74.80 ความคลาดเคลื่อนที่พบคือ นักเรียนมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนและสับสนในการแสดงการดำเนินการคูณเศษส่วนและจำนวนคละ

คำสำคัญ: มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์; เศษส่วน; แบบทดสอบวินิจัย

Abstract

The objective of this research was to investigate mathematical misconceptions related to fractions among Grade 6 students within the Paphayom Educational Quality Development Network. The sample comprised 246 students, selected from a population of 360 using stratified random sampling during the 2025 academic year. The research instrument was a 30-item parallel multiple-choice test designed to analyze difficulties and misconceptions in fractions across three domains: (1) conceptual understanding, (2) analytical interpretation, and (3) operational skills and calculation. The findings revealed significant misconceptions across all three domains. In conceptual understanding, the misconception rate was 64.63%. Students commonly held the misconception that an improper fraction occurs only when the numerator is greater than the denominator, overlooking cases where the numerator equals the denominator. The domain of analytical interpretation showed the highest misconception rate at 91.06%, indicating a fundamental lack of understanding of the core concepts, properties, and definitions of improper fractions. Finally, in operational skills and calculation, the misconception rate was 74.80%, primarily caused by students' confusion in performing multiplication of fractions and mixed numbers.

Keywords: Mathematical misconceptions, Fractions, Diagnostic test

1. บทนำ

ในศตวรรษที่ 21 (ระหว่างวันที่ 1 มกราคม พ.ศ. 2544 ถึงวันที่ 31 ธันวาคม พ.ศ. 2643) โลกมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วในทุกด้าน ทั้งด้านเศรษฐกิจ สังคม วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี ทำให้เกิดสิ่งจำเป็นในการสร้างผู้เรียนให้ทันต่อการเปลี่ยนแปลงดังกล่าว ผู้สอนจึงต้องมีการตระหนักรู้และพร้อมในการจัดกระบวนการเรียนรู้เพื่อพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ในวิชาหลัก (Core Subjects) มีทักษะในการเรียนรู้ (Learning Skills) และมีทักษะที่สำคัญต่อการใช้ชีวิตในศตวรรษที่ 21 (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2560, หน้า 60) โดยวิชาคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานที่จำเป็นในการพัฒนาความคิดเชิงสร้างสรรค์ การคิดเชิงเหตุผลและเป็นระบบ สามารถเข้าใจปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างรอบด้าน อีกทั้งช่วยในการคาดคะเน วางแผน และแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม สามารถนำความรู้ไปต่อยอดให้เกิดประโยชน์สูงสุด นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นตัวช่วยสำคัญทางการศึกษาวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อีกด้วย (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2560, หน้า 1)

การจัดการศึกษาไทยให้ความสำคัญกับวิชาคณิตศาสตร์มาโดยตลอด ซึ่งสะท้อนให้เห็นจากการจัดการเรียนการสอนรายวิชาคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้น ตั้งแต่ระดับประถมศึกษาจนถึงระดับอุดมศึกษา ทั้งนี้ กระทรวงศึกษาธิการได้กำหนดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ใน หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) โดยประกอบด้วยสาระสำคัญ 3 ด้าน ได้แก่ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต และสถิติและความน่าจะเป็น (กระทรวงศึกษาธิการ, 2561, หน้า 4)

ในขณะที่วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาพื้นฐานที่สำคัญต่อการพัฒนาประเทศให้เจริญก้าวหน้า แต่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์กลับไม่เป็นไปตามเป้าหมาย ตามรายงานผลการทดสอบระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ของชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ระหว่างปีการศึกษา 2565-2567 (รายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2565-2567) พบว่ารายวิชานี้มีค่าเฉลี่ยระดับประเทศต่ำที่สุดในบรรดารายวิชาที่มีการทดสอบ สาเหตุอาจมาจากที่นักเรียนขาดความเข้าใจในโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง หรือมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในด้านคณิตศาสตร์

โมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ คือ ความคิดหรือความเข้าใจที่ผิดไปจากความหมายหรือกฎเกณฑ์ที่กำหนดไว้ นอกจากโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนจะเป็นอุปสรรคต่อการเรียนคณิตศาสตร์แล้ว ยังมีอีกสาเหตุหนึ่งที่ส่งผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียนเช่นกัน นั่นคือ ข้อบกพร่องทางการเรียน โดยข้อบกพร่องทางการเรียนแตกต่างจากโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เนื่องจากข้อบกพร่องอาจเกิดจากความผิดพลาดของนักเรียน เช่น การอ่านโจทย์ไม่ครบ การคำนวณผิดพลาด เป็นต้น ซึ่งเป็นปัจจัยสำคัญที่ทำให้การเรียนคณิตศาสตร์ไม่ประสบผลสำเร็จ ดังนั้น การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์จึงมีความสำคัญอย่างยิ่ง หากครูทราบว่ามีนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านใดบ้าง จะช่วยให้ครูสามารถหาแนวทางแก้ไขและปรับปรุงการจัดกระบวนการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพและเกิดประสิทธิผลกับนักเรียนได้ดียิ่งขึ้น

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ถือเป็นสิ่งจำเป็นและสำคัญต่อการจัดการเรียนการสอน เนื่องจากการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องอาศัยพื้นฐานความรู้หลายด้าน หากนักเรียนมีความรู้หรือความเข้าใจที่ไม่เพียงพอ หรือมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องใดเรื่องหนึ่งนั้นอาจส่งผลต่อเรื่องอื่น ๆ ได้ เนื่องด้วยเนื้อหาคณิตศาสตร์แต่ละเรื่องมีความสัมพันธ์และเชื่อมโยงกัน การมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องชัดเจนจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจคณิตศาสตร์อย่างแจ่มชัด และแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบโดยอาศัยองค์ความรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน จำเป็นต้องมีเครื่องมือที่สามารถตรวจสอบสาเหตุและระบุความไม่สมบูรณ์หรือจุดอ่อนในการศึกษาของนักเรียนได้ เครื่องมือที่เป็นหัวใจหลักและมีประโยชน์ในด้านนี้คือ แบบประเมินเพื่อวินิจฉัย (Diagnostic Test) เนื่องจากแบบประเมินนี้ถูกสร้างมาเพื่อเผยให้ทราบจุดผิดพลาด ปัญหา หรือมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการศึกษาเรียนรู้ของนักเรียนรายบุคคล ทำให้ครูสามารถเข้าถึงแก่นของปัญหา ช่วยสร้างความเข้าใจให้นักเรียน ลดปัญหาหรืออุปสรรคในการเรียน ทำให้บรรลุวัตถุประสงค์ของการจัดกระบวนการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และจากการสำรวจข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับสภาพปัญหาทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนในเครือข่ายพัฒนาคุณภาพการศึกษาป่าพะยอม ในเนื้อหาเรื่อง เศษส่วน จากผลการทดสอบระดับชาติ ขั้นพื้นฐาน (O-NET) ของชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2565-2567 (รายงานผลการทดสอบ

ทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐานสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, เครือข่ายพัฒนาคุณภาพการศึกษาปาพะยอม 2565-2567) พบว่า นักเรียนจำนวนไม่น้อยที่ขาดมโนทัศน์ ความคิดรวบยอดในเรื่องพื้นฐานของเศษส่วน ซึ่งเป็นเนื้อหาที่สำคัญและมีความสำคัญอย่างมากที่นักเรียนจะต้องเรียนอย่างมีความรู้ความเข้าใจ และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้เพราะเป็นพื้นฐานทางการเรียนคณิตศาสตร์เบื้องต้นของนักเรียนช่วงชั้นที่ 2

ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะทำการวิจัยข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เครือข่ายพัฒนาคุณภาพการศึกษาปาพะยอม เขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาพัทลุง เขต 1 เพื่อนำแบบทดสอบวินิจฉัยที่สร้างขึ้นไปใช้ประโยชน์ในการวินิจฉัยข้อบกพร่อง พร้อมทั้ง วินิจฉัยสาเหตุและลักษณะข้อบกพร่องของนักเรียน เพื่อนำไปใช้ปรับปรุงกิจกรรมการจัดกระบวนการเรียนรู้ของ ครูผู้สอนและหาแนวทางในการพัฒนาให้นักเรียนมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องในเรื่องนี้ ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในเรื่อง เศษส่วน ดียิ่งขึ้น

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เครือข่ายพัฒนาคุณภาพการศึกษาปาพะยอม เขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาพัทลุง เขต 1 จังหวัดพัทลุง

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เครือข่ายคุณภาพการศึกษาปาพะยอม เขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาพัทลุง เขต 1 จังหวัดพัทลุงที่กำลังศึกษาอยู่ในปีการศึกษา 2568 จำนวน 360 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เครือข่ายคุณภาพการศึกษาปาพะยอม เขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาพัทลุง เขต 1 จังหวัดพัทลุงที่กำลังศึกษาอยู่ในปีการศึกษา 2568 จำนวน 267 คน โดยการสุ่มแบบชั้นภูมิ (stratified random sampling) สามารถเกิดความคลาดเคลื่อนได้ $\pm 5\%$ ของความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน

ตัวแปรที่ใช้ในการศึกษา

ตัวแปรที่ใช้ในการศึกษา คือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เครือข่ายคุณภาพการศึกษาปาพะยอม

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย คือ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง เศษส่วน ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้แก่

- 1.1 ความหมายของเศษส่วน
- 1.2 เศษส่วนแท้ เศษส่วนเกิน และจำนวนคละ
- 1.3 เศษส่วนที่เท่ากับจำนวนนับ

- 1.4 เศษส่วนอย่างต่ำ
- 1.5 การเปรียบเทียบเศษส่วน
- 1.6 การบวก การลบ การคูณ การหารเศษส่วนและจำนวนคละ
- 1.7 การบวก การลบ การคูณ การหารระคน เศษส่วนและจำนวนคละ
- 1.8 โจทย์ปัญหาเศษส่วนและจำนวนคละ 2-3 ขั้นตอน

2. ทบทวนวรรณกรรม

จากการศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ทำให้พบว่า นักการศึกษาได้ให้ความหมายของ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์

Pieget (1929, p.171) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นวิธีการแก้ปัญหา ด้วยความไม่รู้ หรือความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ ซึ่งดูเหมือนจะถูกต้องแต่ไม่ถูกต้อง และไม่สอดคล้องกับหลักฐานทางวิทยาศาสตร์หรือการยอมรับในสังคม นั้น ๆ

อัมพร ม้าคะนอง (2545, หน้า 17) จำแนกลักษณะของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ 3 ด้าน ดังนี้

1. ด้านการตีความจากโจทย์ แบ่งเป็น 2 องค์ประกอบ คือ
 - 1.1 ถอดความจากประโยคภาษาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ได้
 - 1.2 ใช้ข้อมูลไม่ถูก
2. ด้านการใช้คุณสมบัติและนิยาม แบ่งเป็น 4 องค์ประกอบ คือ
 - 2.1 จำผิด
 - 2.2 บกพร่องความเข้าใจพื้นฐาน
 - 2.3 ขาดทักษะในการเลือกใช้ที่เหมาะสม
 - 2.4 ต่อยอดความรู้ไม่ถูกต้อง
3. ด้านการคำนวณ แบ่งเป็น 5 องค์ประกอบ คือ
 - 3.1 มีความผิดพลาดจากการไม่รู้หลักการเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์
 - 3.2 บกพร่องทางทักษะในหลักดำเนินการเบื้องต้นด้านสมการ
 - 3.3 คำนวนผิดขั้นตอน
 - 3.4 ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ
 - 3.5 สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี

จงกล ทำสวน (2548, หน้า 103) ได้จำแนกลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ด้าน คือ

1. ด้านการตีความจากโจทย์ มีองค์ประกอบของข้อผิดพลาด ดังนี้
 - 1.1 ถอดความจากประโยคภาษาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ได้
 - 1.2 ใช้ข้อมูลไม่ถูก
2. ด้านการใช้คุณสมบัติและนิยาม มีองค์ประกอบของข้อผิดพลาด ดังนี้
 - 2.1 จำผิด

- 2.2 บกพร่องความเข้าใจพื้นฐาน
- 2.3 ขาดทักษะในการเลือกใช้ที่เหมาะสม
- 2.4 ต่อยอดความรู้ไม่ถูกต้อง
- 3. ด้านการคิดคำนวณ มีองค์ประกอบของข้อผิดพลาด ดังนี้
 - 3.1 มีความผิดพลาดจากการไม่รู้หลักการเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์
 - 3.2 บกพร่องทางทักษะในหลักดำเนินการเบื้องต้นด้านสมการ
 - 3.3 คำนวณผิดขั้นตอน
 - 3.4 ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

ฉัตรินทร์ ยิ้มละมัย (2557, หน้า 10) ได้ให้ความหมายไว้ว่า ความคลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ข้อผิดพลาดมีสาเหตุโดยปัญหาหรืออุปสรรคต่าง ๆ ที่ส่งผลต่อการเรียนคณิตศาสตร์ให้ไม่บรรลุเป้าหมายและทำการแบ่งรูปแบบเป็น 3 ด้าน คือ ความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการเข้าใจคุณสมบัติและบทนิยาม ความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการสะเพร่าและความคลาดเคลื่อนอื่น ๆ เช่น อุปสรรคในการดำเนินการหรือการเลี้ยงที่จะทำ

กล่าวโดยสรุปว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่าง หรือความเคลื่อนไปจากที่ยอมรับ ซึ่งความคลาดเคลื่อนนั้นเกิดขึ้นจากหลายเงื่อนไขทั้งการจัดการเรียนการสอน ความละเอียดของผู้เรียน หรือความผิดพลาดเนื่องจากประสบการณ์จากการเรียนรู้ของผู้เรียน

แบบทดสอบวินิจฉัยทางคณิตศาสตร์

ไข่มุก เลื่องสุนทร (2552) ให้ความหมายแบบทดสอบวินิจฉัยว่า เป็นแบบทดสอบที่ใช้ค้นหาข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อน ข้อบกพร่อง ปัญหาหรืออุปสรรคทางการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคล เพื่อที่จะนำมาวิเคราะห์หาสาเหตุที่ทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้นๆ และนำมาใช้เป็นแนวทางในการปรับปรุง แก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นกับนักเรียนเป็นรายบุคคล ในส่วนที่นักเรียนแต่ละคนยังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และใช้เป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอนที่จะ นำไปจัดเตรียมการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดการพัฒนาและเกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ

นุรมา นิสาแล๊ะ (2563) ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยว่า เป็นเครื่องมือที่ใช้ค้นหาข้อบกพร่องในการเรียนของผู้เรียนเป็นรายบุคคล เพื่อครูจะได้นำไปใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาความสามารถของผู้เรียน และเป็นแนวทางในการปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูด้วย

อรรถโกวิท ไชยประเสริฐ (2555) ได้ให้ความหมายไว้ว่า แบบทดสอบวินิจฉัย เป็นเครื่องมือประเมินเพื่อระบุข้อบกพร่องในการเรียนรู้ของนักเรียนแต่ละคน โดยวิเคราะห์จากผลการตอบคำถามว่านักเรียนมีปัญหาด้านทักษะใดพร้อมชี้ชัดสาเหตุ ซึ่งอาจเกิดจากตัวผู้เรียนหรือกระบวนการสอนของครูก็ได้

บุญชม ศรีสะอาด (2553, หน้า 50) ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยว่า เป็นเครื่องมือที่ช่วยชี้จุดบกพร่องในการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งเป็นต้นเหตุของความไม่สำเร็จ เพื่อจะได้หาแนวทางแก้ไขที่ตรงจุดและส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการพัฒนาศักยภาพการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

กล่าวโดยสรุปว่า แบบทดสอบวินิจฉัยทางคณิตศาสตร์ หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้วัดข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน เป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อค้นหาข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ ค้นหาสาเหตุของความบกพร่องของนักเรียนเป็นรายบุคคล นำไปสู่การแก้ไขได้ตรงจุด อีกทั้งยังช่วยให้ครูผู้สอนสามารถพัฒนาการจัดการเรียนการสอนของตนได้อย่างเหมาะสมซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการปรับปรุงแก้ไขต่อไป

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

กาญจนา สุชะญา นิชสภา (2565) ศึกษาเรื่อง การศึกษาข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก ลบ คูณ หาร จำนวนนับของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนอนุบาลนครศรีธรรมราช “ณ นคร อุทิศ” อำเภอเมือง จังหวัดนครศรีธรรมราช จำนวน 4 ห้องเรียน มีนักเรียนทั้งหมด 195 คน โดยได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่มจากห้องเรียนทั้งหมด 11 ห้องเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ โดยเป็นแบบทดสอบคู่ขนาน ชนิดปรนัย 3 ตัวเลือก จำนวน 28 ข้อ สอดคล้องกับลักษณะข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ 3 ประการคือ ประการแรกคือการบิดเบือนทฤษฎี/บทนิยาม และสมบัติ ประการที่สองคือการดำเนินการ และประการสุดท้ายคือการสรุปคำตอบของปัญหา/การตีความโจทย์ปัญหา พบว่านักเรียนมีคลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการมากที่สุด รองลงมาคือด้านการบิดเบือนทฤษฎี บทนิยาม และสมบัติ และด้านการสรุปคำตอบของปัญหา/การตีความน้อยที่สุด

สินี โดดหนู (2561) ศึกษาเรื่อง การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยม สำหรับนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการส่งเสริม การศึกษาเอกชน สพป.กทม. เขต 2 จำนวน 225 คน ซึ่งเป็นผลลัพธ์จากการสุ่มตัวอย่างแบบจัดกลุ่มตามสัดส่วน เครื่องมือที่ใช้คือแบบประเมินเพื่อวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง ทศนิยม ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นลักษณะข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก ทั้งหมด จำนวน 30 ข้อ สอดคล้องกับลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในด้านการใช้บทนิยาม ด้านการดำเนินการ และด้านการตีความจากโจทย์ พบว่า “นักเรียนมีข้อบกพร่องด้านการใช้บทนิยามมากที่สุด พบมากที่สุดเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้บทนิยามไม่ถูกต้อง ด้านการดำเนินการ ข้อบกพร่องในด้านการดำเนินการ เกี่ยวกับการขาดความเข้าใจในหลักการดำเนินการเบื้องต้นผู้วิจัยพบว่านักเรียนส่วนหนึ่งที่มีข้อบกพร่องนั้นมาจากการที่นักเรียนขาดความรู้และความเข้าใจในหลักการดำเนินการ เพื่อหาคำตอบที่ถูกต้องทำให้ใช้วิธีในการหาคำตอบที่ไม่ถูกต้อง ด้านการแปลความหมายจากโจทย์ ข้อบกพร่องในด้านการแปลความหมายจากโจทย์เกี่ยวกับการแปลความหมายจากภาษาเป็นประโยคเชิงสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง ข้อบกพร่องที่ผู้วิจัยพบว่า การที่เลือกคำตอบ โดยขาดความระมัดระวังในเรื่องการแปลความหมายจากโจทย์ ทำให้เกิดความเข้าใจผิดที่ผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหา”

ธวัชวินทร์ ยิ้มละมัย (2557, หน้า 92 - 93) ศึกษาเรื่อง การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้น ม. 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา กทม. ผลการศึกษา พบว่า “มีข้อผิดพลาดในเรื่อง การสับสนด้านคุณสมบัติต่าง ๆ ของบทนิยามและสมบัติ มากที่สุด รองลงมาคือข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการคำนวณ ข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการสรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี ข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการทำผิดขั้นตอนหรือวิธีการไม่ถูกต้อง ข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการไม่ตอบลำดับสุดท้ายคือ ข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการนำข้อมูลไปใช้”

Schnepper and Mccoy (2013, p. 1-7) ทำการศึกษา เรื่อง การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมปลาย ซึ่งมีนักเรียนเข้าร่วม 38 คนโดยเป็นนักเรียนชายจำนวน 19 คนและนักเรียนหญิงจำนวน 19 คน พบว่า “การวิเคราะห์การทำงานของนักเรียนที่เข้าร่วมวิจัยทุกคนและคัดเลือกนักเรียนมาสัมภาษณ์ถึงขั้นตอนและวิธีการแก้ปัญหาจำนวน 5 คน โดยผู้เข้าร่วมจะได้รับการสอนเนื้อหา ก่อน จากนั้นจะได้รับการประเมินสั้นๆ โดยการวัดผลย่อย จากนั้นจะทำศึกษาหาข้อที่บกพร่องของนักเรียนโดยระยะเวลาเรียนข้อบกพร่องดังกล่าวจะถูกนำมาเสริมในเวลาต่อไปอีกครั้ง และท้ายที่สุดของบทเรียน จะมีการทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน โดยประเมินความรู้ทั้งด้านขั้นตอนการคิด (เชิงกระบวนการ) และหลักการพื้นฐาน (เชิงมโนทัศน์) นอกจากนี้

ผู้วิจัยยังทำการแบ่งประเภทของข้อบกพร่องออกเป็น 5 ลักษณะ ได้แก่ คำตอบไม่ครบถ้วน, ข้อมูลผิดพลาด, ข้อผิดพลาดทางเทคนิค, ความเข้าใจคลาดเคลื่อนจากหลักการเดิม และการนิยามผิดเพี้ยนไป โดยจากการศึกษาพบว่า ข้อบกพร่องที่ไม่ซ้ำกันจำนวน 143 จุด จากทั้งหมด 265 จุด ซึ่งหากเรียงจำนวนข้อบกพร่องที่พบจากมากไปน้อย เป็นร้อยละได้ ดังนี้ คำตอบไม่ครบถ้วน, ข้อมูลผิดพลาด, ข้อผิดพลาดทางเทคนิค, ความเข้าใจคลาดเคลื่อนจากหลักการเดิม และการนิยามผิดเพี้ยนไป”

3. วิธีดำเนินการวิจัย

3.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เครือข่ายพัฒนาคุณภาพการศึกษาป่าพะยอม เขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาพัทลุง เขต 1 จังหวัดพัทลุง ซึ่งกำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2568 มีนักเรียนทั้งหมด 360 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เครือข่ายพัฒนาคุณภาพการศึกษาป่าพะยอม เขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาพัทลุง เขต 1 จังหวัดพัทลุง จำนวน 246 คน จากทั้งหมด 360 คน โดยได้มาจากการสุ่มแบบชั้นภูมิ (stratified random sampling)

ขนาดของกลุ่มตัวอย่างผู้วิจัยครั้งนี้ได้มาจากโดยเปิดตารางสำเร็จรูปของยามาเนที่ระดับความเชื่อมั่น 95% สามารถเกิดความคลาดเคลื่อนได้ $\pm 5\%$ ของความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน ได้กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 246 คน จากจำนวนประชากร 77 คน

3.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน โดยเป็นแบบทดสอบคู่ขนาน ชนิดปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ

3.3 การเก็บรวบรวมและวิเคราะห์ข้อมูล

3.3.1 ผู้วิจัยทำหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เครือข่ายพัฒนาคุณภาพการศึกษาป่าพะยอม เขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาพัทลุง เขต 1 จังหวัดพัทลุง

3.3.2 วางแผนการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยผู้วิจัยได้ติดต่อนักเรียนกลุ่มตัวอย่างเพื่อนัดแนะวันเวลาและสถานที่เก็บรวบรวมข้อมูล

3.3.3 ดำเนินการจัดพิมพ์ข้อสอบ โดยเป็นแบบทดสอบคู่ขนาน จำนวน 2 ฉบับ ฉบับละ 15 ข้อ

3.3.4 นำแบบทดสอบไปดำเนินการสอบกับกลุ่มตัวอย่าง โดยแจ้งวัตถุประสงค์ อธิบายและชี้แจงแนวทางในการเข้าสอบให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทุกคนเข้าใจ เพื่อให้ได้ผลตามความเป็นจริง แล้วดำเนินการสอบ

3.3.5 นำผลการทดสอบของนักเรียนมาวินิจฉัยข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน

4. ผลการวิจัย

ผลการวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน จากแบบทดสอบวินิจฉัยโดยการทดสอบในด้านต่าง ๆ ปรากฏดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 1

ผลการวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน จำแนกประเภทของหมโนทัศน์ที่มีคลาดเคลื่อนมากที่สุดในแต่ละด้าน

ประเภทหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	ร้อยละ
ด้านการตีความ	91.06
ด้านการดำเนินการและการคิดคำนวณ	74.80
ด้านการเข้าใจแนวคิด	64.63

จากตาราง 1 พบว่า นักเรียนมีหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ด้านการตีความเป็นลำดับที่หนึ่ง ซึ่งมีการวิเคราะห์คิดเป็นร้อยละ 91.06 ลำดับที่สอง คือ หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการและการคิดคำนวณ ซึ่งมีการวิเคราะห์คิดเป็นร้อยละ 74.80 และลำดับที่สาม คือ หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ด้านการเข้าใจแนวคิด ซึ่งมีการวิเคราะห์คิดเป็นร้อยละ 64.63 แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน สูงในทุกด้าน

5. สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

จากผลการวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เครือข่ายพัฒนาคุณภาพการศึกษาป่าพะยอม ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มตัวอย่างมีหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ด้านการตีความเป็นลำดับที่หนึ่ง โดยมีความคลาดเคลื่อนคิดเป็นร้อยละ 91.06 ความคลาดเคลื่อนที่พบคือนักเรียนมีแนวคิดว่าเศษเกินเป็นเป็นเศษส่วนที่มีตัวเศษมากกว่าตัวส่วนเท่านั้น แต่นักเรียนขาดความเข้าใจว่า “เศษเกินเป็นเศษส่วนที่มีตัวเศษเท่ากับตัวส่วน” ด้วย ลำดับที่สองด้านการตีความ โดยมีความคลาดเคลื่อนคิดเป็นร้อยละ 91.06 ความคลาดเคลื่อนที่พบคือนักเรียนขาดความเข้าใจในแนวคิดเกี่ยวกับการเขียนเศษเกินแสดงส่วนที่แรงเงา ลำดับที่สามด้านดำเนินการและการคำนวณ โดยมีความคลาดเคลื่อนคิดเป็นร้อยละ 74.80 ความคลาดเคลื่อนที่พบคือนักเรียนมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนและสับสนในการแสดงการดำเนินการคูณเศษส่วนและจำนวนคละ

จากการวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เครือข่ายพัฒนาคุณภาพการศึกษาป่าพะยอม พบว่านักเรียนมีหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ในด้านต่าง ๆ สามารถอภิปรายผลได้ดังต่อไปนี้

1. หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ด้านการเข้าใจแนวคิด นักเรียนขาดความรู้เรื่องความหมายของเศษเกิน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของไพบุลย์ เพชรมาก (2560) ทำการวิจัยเรื่อง “การวินิจฉัยหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน และการบวก การลบ การคูณ การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัดธรรมสถิต์วราราม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาสมุทรสงคราม” ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมี

ข้อบกพร่องด้านการบิดเบือนคุณสมบัติและบทรูปร่างมากที่สุด ซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับการที่นักเรียนบกพร่องในการใช้ความรู้ ความเข้าใจเบื้องต้น คือนักเรียนไม่สามารถประเมินความรู้เบื้องต้นได้หรือแก้ปัญหาโดยใช้หลักคณิตศาสตร์ เรื่องการบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วนไม่ได้ ข้อบกพร่องที่รองลงมาคือข้อบกพร่องด้านความหมาย กล่าวคือเมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาเป็นภาพให้แล้วนักเรียนเชื่อมโยงความหมายของภาพกับคำถามไม่ได้ ข้อบกพร่องถัดมาคือ ข้อบกพร่องด้านการตีความด้านภาษาโดยนักเรียนตีความจากประโยคภาษาที่โจทย์กำหนดให้มาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง และข้อบกพร่องที่ไม่พบ คือ ข้อบกพร่องที่เกิดจากการไม่ตอบ

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ด้านการตีความ นักเรียนมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนและสับสนในการเขียนเศษเกินแสดงส่วนที่แรเงา ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ พรธิดา สุขกรม (2557, หน้า 93-94) ศึกษาเรื่อง การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนสังกัด สพม. เขต 1 และเขต 2 พบว่า “นักเรียนมีข้อบกพร่องทางด้านภาษาและสัญลักษณ์ เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการใช้ภาษาสัญลักษณ์หรือคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้องรวมไปถึงการนำเสนอข้อมูลจากภาษาไปสู่ประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ สมการ แผนภาพ ตารางหรือกราฟไม่ถูกต้อง”

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการและการคิดคำนวณ นักเรียนมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการคูณเศษส่วนและจำนวนคละ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของนฤมล ทองดอนอ่ำ (2561) ทำการวิจัยเรื่อง “การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน ของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนในสังกัด สพบ.นครประจักษ์ เขต 1” ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านกฎ ทฤษฎี บทนิยาม หรือสมบัติของเศษส่วน นักเรียนส่วนมากมีความสับสนในเรื่องความหมายของการคูณเศษส่วน คิดเป็นร้อยละ 70.5 ถึง 83.8 โดยนักเรียนจะใช้วิธีการจดจำขั้นตอนการดำเนินการมากกว่าความเข้าใจความหมายการคูณเศษส่วน

6. ข้อเสนอแนะในการวิจัย

1. ผลจากการวิจัยในครั้งนี้ แสดงถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วนพบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมากที่สุดในด้านการตีความ รองลงมาคือมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการและการคิดคำนวณ รวมถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการเข้าใจแนวคิดครูผู้สอนจำเป็นต้องจัดรูปแบบการสอนให้มีการสอนเป็นรูปธรรมโดยใช้สื่อประกอบการสอน เพื่อให้เกิดความรู้และความเข้าใจที่ถูกต้องในทฤษฎีบท บทนิยามและสมบัติ นำไปสู่การดำเนินการคิดคำนวณต่อไปได้

2. ครูผู้สอนควรนำมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่ค้นพบในงานวิจัยนี้ไปอภิปรายร่วมกับนักเรียนในระหว่างการจัดการเรียนการสอน เรื่อง เศษส่วน เพื่อให้นักเรียนเห็นข้อบกพร่องที่เกิดขึ้น จะทำให้ครูและนักเรียนจะสามารถแก้ไขข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

7. เอกสารอ้างอิง

กาญจน์สุชะญา นิชสภา. (2565). การศึกษาข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ คูณ การหาร จำนวนนับของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนอนุบาลนครศรีธรรมราช “ณ นคร อุทิศ” อำเภอเมือง จังหวัดนครศรีธรรมราช. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2560. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

ไข่มุก เลื่องสุนทร. (2552). การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

จกมล ทำสวน. (2548) บทความ: การวิจัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม. Journal of Education Studies, 33(3).DOI: 10.58837/CHULA.EDUCU.33.3.10

นฤมล ทองดอนอ่ำ. (2561). การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์เรื่องการบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนในสังกัด สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา ประถมศึกษานครปฐม เขต 1. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

บุญชม ศรีสะอาด. (2553). การวิจัยเบื้องต้น. พิมพ์ครั้งที่ 8. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.

พรธิดา สุขกรม. (2557). การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 และ เขต 2. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ไพบุลย์ เพชรมาก. (2560). บทความ: การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน และการบวก การลบ การคูณ การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัดธรรมสถิต์วราราม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาสมุทรสงคราม. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560). คู่มือการใช้หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560. ค้นเมื่อ 1 สิงหาคม 2567, จาก <https://www.scimath.org/ebook-mathematics/item/8378-2560-2551>.

สินี โดดหนู. (2561). การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยม สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการส่งเสริม การศึกษาเอกชน เขตพื้นที่ประถมศึกษา กรุงเทพมหานคร.

อัศวินทร์ ยิ้มละมัย. (2557). การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

อัมพร ม้าคะนอง. (2545). การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. *วารสารครุศาสตร์*, 30(3), 15-20

อรรถโกวิท ไชยประเสริฐ. (2555). การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชันของนักเรียน
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนในเครือคริสตจักรสะพาน เหลือง. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตร
มหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยรามคำแหง

Piaget, J. (1929). *The child's conception of the world*. New York: Harcourt, Brace Jovanovich.